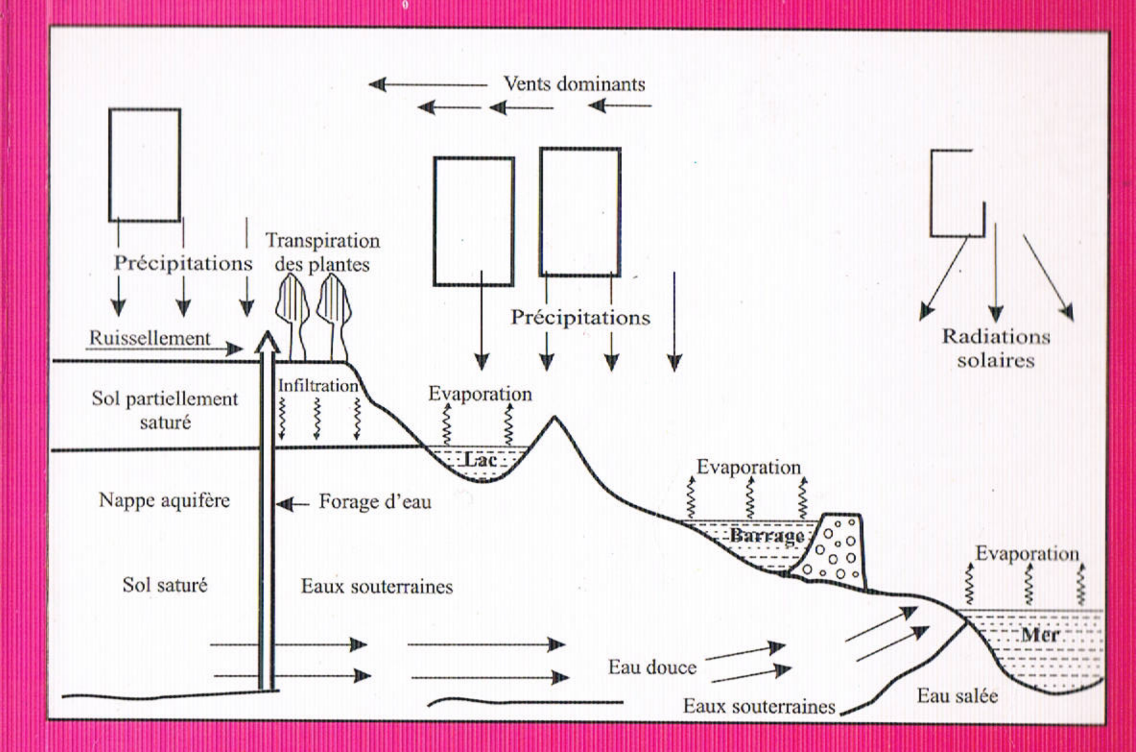
SARI AHMED ABDELWAHEB

INITIATION A

L'HYDROLOGIE DE SURFACE

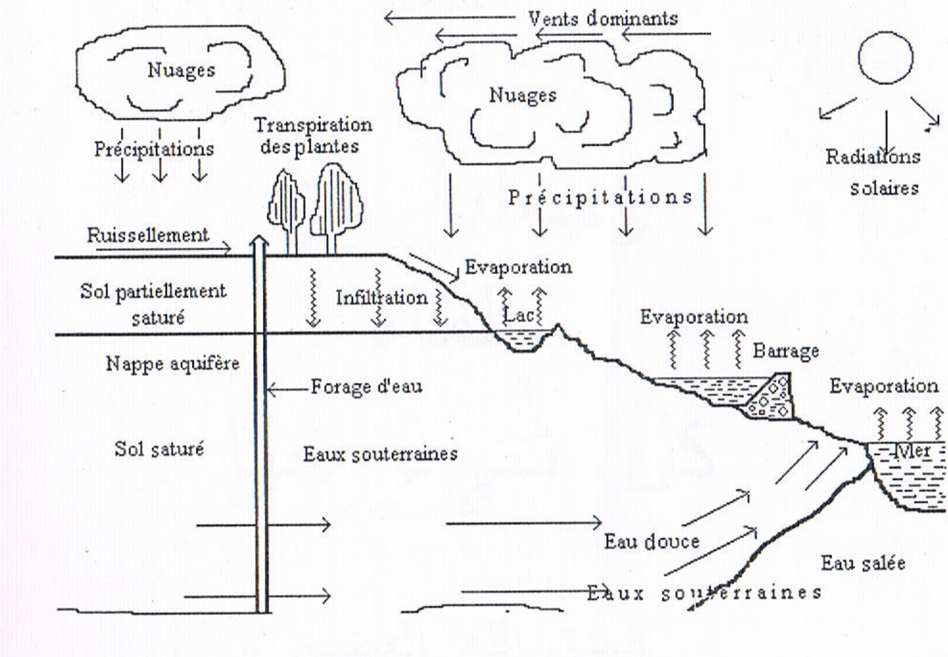




EXERCICES ET CORRIGES



INITIATION A
L'HYDROLOGIE DE SURFACE



Exercices et Corrigés

Par Abdelwaheb SARI AHMED
Maître de Conférences Associé
Université de Bab Ezzouar
Alger

imprimé: 2003 Réf. : 5/080

Editions Distribution HOUMA

34 Lot. La Bruyère – Bouzaréah- Alger
Tél. : 021 94.19.36 et 94.41.19 – Fax : 021 94.17.75

Dépôt légal : 973/2002

ISBN. 9961-66-636-4 : ر.د.م.ك

بسم الله الرحمن الرحيم

وجعلنا من
الماء
كل شيء حيا

صدق الله العضيم

AVIS DU CONSEIL SCIENTIFIQUE DE L'INSTITUT DE GÉNIE CIVIL DE L'UNIVERSITÉ DE BAB EZZOUAR

« Rapport sur les ouvrages d'Hydrologie de surface (Cours et Exercices) proposés par Monsieur SARI AHMED Abdelwaheb

L'ouvrage de Cours rédigé par Monsieur SARI AHMED témoigne, si besoin est, d'une grande expérience de l'auteur dans le domaine de l'hydrologie de surface. Le document, très clair dans sa présentation, est écrit dans un style directement accessible à tout lecteur possédant un minimum de connaissance mathématiques du premier cycle universitaire. Les différentes notions nouvelles exposées sont étayées par bon nombre d'exemples succincts permettant leur facilité de compréhension. On peut simplement dire que le but de cet ouvrage est de fournir aux étudiants de nos établissements universitaires un support d'introduction élémentaire moderne et assez complet de l'hydrologie de surface. A la fin de chaque chapitre figure une bibliographie sommaire permettant au lecteur d'élargir son domaine d'investigation. En couvrant le sujet de façon complète, cet ouvrage sera très apprécié par les étudiants aussi bien que par les ingénieurs.

L'ouvrage d'exercices est rédigé sans fioritures pour pouvoir être facilement compréhensible aux étudiants. On note également une parfaite symbiose entre les thèmes abordés dans les énoncés proposés et un chapitre précis correspondant dans l'ouvrage du cours.

Pour toutes ces raisons très brièvement décrites, le Conseil Scientifique de l'Institut de Génie Civil estime que l'apport pédagogique de ces deux ouvrages, très bien rédigés, est indéniable et recommande vivement leur édition.

Le Président du Conseil Scientifique

Malek BOUHADEF
Mai, 1998.

AVANT-PROPOS

Cet ouvrage contient les solutions des exercices relatifs aux neuf chapitres du livre intitulé : « *Initiation à l'hydrologie de surface* ».

La plupart des solutions ont été détaillées à l'extrême en vue de faciliter leur compréhension par l'étudiant autodidacte.

Il est recommandé de tenter de résoudre les exercices à la main d'abord afin de mieux appréhender le cheminement du raisonnement aboutissant à la solution. Certains exercices sont longs et peuvent nécessiter plus de temps que d'autres.

En outre, dans certains cas, les résultats trouvés à la main peuvent être différents de ceux trouvés par la machine, ceci s'explique par certaines approximations qui sont différentes selon qu'elles sont faites à la main ou par la machine. Cependant ces différences ne sont pas significatives. L'essentiel étant de comprendre les principes directeurs dans la recherche des solutions.

Je tiens à remercier, en premier lieu, mon ami et collègue Ali Khemici, qui m'a encouragé à réintégrer l'enseignement ; sans lui, ce livre n'aurait pas vu le jour. Mes remerciements sincères vont aussi au Professeur Malek Bouhadef, et à MM. Tahar Zitoun, Sélim Bouzaher, Arezki Ould Amara et Djamel Allili qui ont accepté de consacrer une grande partie de leur temps à la lecture critique du manuscrit. Leurs pertinentes remarques ont permis d'apporter des améliorations. Evidemment, toute lacune, imprécision, voire erreur restent imputables à l'auteur.

Ma reconnaissance va aussi aux élèves de 3ième année hydraulique et de 4ième année CHA de l'Institut de Génie Civil de Bab Ezzouar lesquels, par leurs questions et remarques et l'enthousiasme manifesté par certains d'entre eux, au cours des dix dernières années, m'ont procuré la motivation nécessaire à la confection de ce livre.

Enfin, « last but not least », je tiens à exprimer ma gratitude à ma petite famille pour ses sacrifices, sa patience et ses encouragements pendant les trois longues années qu'a demandé la confection de ces ouvrages.

Abdelwaheb SARI AHMED
Alger, avril 2002
abwsari@yahoo.fr

A mes parents, grands et petits, proches et éloignés,

Au Cheikh Beldjebès,

Au Dr Eugene S. Simpson,

Que Dieu les bénisse.

PREMIÈRE PARTIE

ÉNONCÉS DES EXERCICES

ÉNONCÉS DES EXERCICES DU CHAPITRE N° 1

I - 1 Le volume du réservoir d'un barrage est de 225 millions de m3.

a) Si le ruissellement annuel moyen provenant du bassin versant en amont du barrage est de 1,25 m3/s, combien de temps faudrait-il pour remplir le barrage?

b) Si les pertes annuelles moyennes dues à l'infiltration et à l'évaporation sont de 235 cm, et si la précipitation annuelle moyenne sur le réservoir est de 720 mm, combien de temps faudrait-il pour remplir le barrage dans ce cas?

La surface du lac du barrage est supposée constante et égale à 560 ha. On prendra une année de 365 jours.

I - 2 L'irrigation d'un périmètre agricole de 5 000 ha de superficie se fait à partir d'un barrage dont la capacité est de 200 millions de m3 et dont la superficie du plan d'eau est considérée constante et égale à 3 km2.

Les besoins en eau d'irrigation sont de 0,6 l/s sur toute l'année.

Le barrage est alimenté par un oued qui draine un bassin versant de 1500 km2 sur lequel tombe pendant 3 mois de l'année une précipitation de 40 mm/mois.

L'évaporation à partir du réservoir du barrage est de 1000 mm/mois pendant toute l'année. Les pertes par infiltration sont constantes et égales à 10 l/s .

a) Etablir le bilan hydrique du barrage.

b) Est-ce-que la capacité du barrage est suffisante?

I - 3 On se propose de construire un barrage d'une capacité de 120 Mm3 destiné à l'irrigation d'un périmètre agricole 15 000 ha.

Les études agronomiques ont permis de déterminer les besoins en eau d'irrigation suivants: mai: 0,3 l/s/ha (litres par seconde et par hectare); juin 0,4 l/s/ ha; juillet: 0,75 l/s/ha; août: 0,6 l/s/ha; septembre: 0,4 l/s/ha.

L'évaporation mensuelle moyenne, les apports mensuels moyens de l'oued que l'on veut barrer ainsi que les précipitations mensuelles sur le lac du barrage sont donnés dans le tableau ci-dessous:

Mois	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A
Précipitations (mm)	10	30	50	150	200	170	60	10	0	0	0	0
Débits (m3/s)	0,2	0,7	2,5	6,8	13	14	21	10	3,5	1,2	0,4	0,1
Evaporation (mm)	126	96	69	54	61	68	83	92	122	149	168	176

La surface moyenne du plan d'eau du barrage a été estimée constante et égale à 10 km².

De plus on s'impose, pour des considérations écologiques, de laisser couler dans la rivière, en aval du périmètre et tout le long de l'année, un débit d'au moins 0,4 m3/s.

a) Déterminer en m3 les volumes des précipitations mensuelles Vp, les volumes de l'évaporation mensuelle Vev, les volumes mensuels Vr apportés par l'oued dans le barrage, les volumes des demandes mensuelles en eau d'irrigation Vi ainsi que les volumes mensuels destinés aux besoins écologiques Veco.

b) Indiquer les mois excédentaires pendant lesquels le barrage déborde.

On considère que le volume initial dans le barrage est de 20 Mm3 au début du mois de septembre et que l'année hydrologique commence en septembre.

I - 4 Une pluie est tombée sur un bassin versant d'une superficie de 25 000 km² à une intensité moyenne de 0,15 mm/h pendant 5 jours sur un réservoir d'un barrage dont la surface est de 245 ha et le volume est de 400 millions de m³. Déterminer:

a) Le volume d'eau précipité pendant les 5 jours sur le bassin versant et sur le lac du barrage (On considère que le lac du barrage ne fait pas partie du bassin versant),

b) le taux moyen des précipitations en m³/s sur le bassin versant et sur le lac du barrage,

c) la lame d'eau précipitée sur le bassin versant et sur le lac du barrage.

I - 5 A un instant donné, l'emmagasinement dans un tronçon de cours d'eau est de 19 736 m³. Au même instant le débit entrant est de 14,16 m3/s et le débit sortant de 19,82 m³/s.

Une heure plus tard, le débit entrant devient 19,82 m³/s et le débit sortant 20,96 m³/s.

Déterminer la variation de l'emmagasinement qui s'est produit dans ce tronçon pendant la période. A-t-il augmenté ou diminué?

I - 6 30,5 cm d'eau s'évaporent en 24 heure d'un réservoir ayant une forme parallèlépipédique dont la surface est de 202 ha. Il pleut sur ce réservoir à un débit de 28,5 m3/s pendant la même période. Déterminer le volume sortant du réservoir sachant que le niveau de l'eau dans le réservoir reste constant pendant les 24 heures.

I - 7 L'évaporation annuelle à partir d'un bassin de 148 ha de superficie est de 305 cm. Calculer l'évaporation journalière moyenne.

I - 8 La pluie tombe avec une intensité moyenne de 1,02 cm/h sur un bassin de 243 ha pendant 3 jours. Calculer:

a) Le taux moyen des précipitations en m3/s,

b) Le volume d'eau précipitée pendant les 3 jours,

c) La hauteur d'eau précipitée.

I - 9 0,34 m3/s d'eau sont ajoutés dans un réservoir de forme parallèlépipédique de 455 ha de surface. Combien de temps faudrait-il pour faire monter le niveau de l'eau dans le réservoir de 0,3 m.

I - 10 Le taux d'évaporation à partir de la surface d'un réservoir de 1480 ha est de 1243 m3/j. Calculer la variation du niveau de l'eau dans le réservoir en mètres pendant une année de 365 jours, si le débit entrant est de 0,7 m3/s. A-t-il augmenté ou diminué?

I - 11 Un habitant de la campagne voudrait satisfaire les besoins annuels en eau de sa famille de 5 personnes en aménageant une surface pour recueillir les eaux de pluie et un bassin de stockage. Les besoins en eau sont les suivants : 100 litres par jour et par personne et 500 litres par semaine pour laver la voiture et arroser les plantes. Sachant que la pluie moyenne annuelle dans cette région est de 1000 mm par an et que les pertes constituent 40 %, trouver la grandeur de la surface réceptrice et le volume du bassin de stockage. Il y a 365 jours et 52 semaines dans une année.

I – 12 . La ville de Marsat Ben M'hidi compte 15 000 habitants. La seule ressource en eau disponible est l'oued Kiss qui marque la frontière avec le Maroc. Les eaux de cet oued doivent être partagées en parts égales entre l'Algérie et le Maroc.

Sachant que :

- le bassin versant de l'oued Kiss est de 400 km²,
- la pluie moyenne annuelle est de 350 mm,

- le coefficient de ruissellement Cr est égal à 10%, ($Cr = \frac{\text{volume ruisselé}}{\text{volume précipité}}$)
- le barrage ne peut retenir que 50% de l'apport moyen annuel,
- la dotation en eau potable est de 150 litres par jour et par habitant ;

il vous est demandé :

- Est ce que les ressources en eau du barrage seraient suffisantes pour alimenter la ville de Marsat Ben M'hidi ?

ÉNONCÉS DES EXERCICES DU CHAPITRE N° 2

II. 1 - Les caractéristiques du bassin versant du barrage de Hammam Meskhoutine sur l'oued Bou Hamdane, wilaya de Guelma, sont:

surface = 1054 km², périmètre = 142 km,

h_{min} = 295 m, h_{max} = 1282 m.

1.- déterminer le coefficient de compacité k_c, (réponse: 1,22)

2.- déterminer les dimensions du rectangle équivalent, (rep.: L = 49,85 km, l = 21,16 km)

L'étude hypsométrique menée en planimétrant les surfaces des classes d'altitudes a donné les resultats suivants:

CLASSES	S (km²)	CLASSES	S (km²)
1282 m -1000 m	49,20	600 m - 400 m	72,62
1000 m - 800 m	459,65	400 m -295 m	23,84
800 m - 600 m	448,69		

3. - tracer la courbe hypsométrique,

4. - a calculer l'altitude moyenne H_{moy} du bassin,

$$(\text{rep. : } H_{moy} = \frac{\sum S_i . \overline{H_i}}{S} = 786{,}05\ m),$$

4.- b trouver l'altitude moyenne à partir de la courbe hypsométrique,

5.- déterminer l'indice de pente global I_g, (rep. : I_g = 10,43 m / km)

6.- calculer la densité de drainage Dd sachant que:

N_4 = 7, N_3 = 73 et l_4 = 142 km, l_3 = 334 km

7.- calculer la densité des thalwegs élémentaires F_1 et le coefficient de torrentialité C_t.

(Aide: porter sur du papier semi-log les nombres et les longueurs en ordonnées et les ordres en abscisses pour trouver les autres nombres et longueurs.)

ÉNONCÉS DES EXERCICES DU CHAPITRE N° 3

III-1 Le tableau ci-dessous donne une série de 60 pluies annuelles (mm) recueillies au C.F.P.A. de Médéa:

An	Pluie	An	Pluie	An	Pluie	An	Pluie	An	Pluie	An	Pluie
1922	626	1932	161	1942	358	1952	510	1970	404	1980	159
1923	411	1933	443	1943	388	1953	386	1971	545	1981	414
1924	537	1934	576	1944	562	1954	350	1972	321	1982	440
1925	658	1935	737	1945	371	1955	509	1973	680	1983	475
1926	472	1936	661	1946	274	1956	507	1974	606	1984	238
1927	579	1937	648	1947	722	1957	559	1975	547	1985	380
1928	550	1938	701	1948	707	1958	310	1976	583	1986	835
1929	499	1939	496	1949	522	1959	519	1977	448	1987	350
1930	511	1940	455	1950	650	1960	575	1978	416	1988	553
1931	582	1941	473	1951	488	1969	916	1979	682	1989	823

a) déterminer la moyenne arithmétique $\overline{P}_a$, la moyenne géométrique $\overline{Pg}$, et la moyenne harmonique $\overline{P}_h$ sachant que:

$\overline{P}_a = (\Sigma Pi)/N$; $\overline{Pg} = (\Pi Pi)^{1/N}$ et $\overline{P}_h = N/(\Sigma 1/Pi)$; vérifier que $\overline{P}_h < \overline{Pg} < \overline{P}_a$

b) Construire l'histogramme et la courbe des fréquences cumulées en prenant un intervalle de classe égal à 100 mm

c) calculer la médiane M grâce à :

1) la formule M = L1 + ((N/2 - Σf1)/ fmédiane) x c; où:

L1 = limite inférieure de la classe médiane;

N = nombre de données,

Σf1 = somme des fréquences de toutes les classes inférieures à la classe médiane,

fmédiane = fréquence de la classe médiane,

c = grandeur des intervalles,

2) l'interpolation,

3) l'utilisation de l'histogramme,

4) et l'utilisation de la courbe des fréquences cumulées.

On donne: ΣPi = 30 858 mm; ΣlnPi = 371,49; Σ1/Pi= 0,131.

ÉNONCÉS DES EXERCICES DU CHAPITRE N° 4

IV - 1 Soit l'échantillon de pluies annuelles suivant:

SERIE DE PLUIES ANNUELLES AU BARRAGE .DU GHRIB											
An	Pluie	An	Pluie	An	Pluie	An	Pluie	An	Pluie	An	Pluie
1922	607	1932	169	1942	326	1952	502	1970	368	1980	241
1923	407	1933	439	1943	467	1953	431	1971	584	1981	436
1924	567	1934	615	1944	527	1954	382	1972	343	1982	449
1925	645	1935	723	1945	419	1955	454	1973	696	1983	470
1926	480	1936	691	1946	350	1956	561	1974	602	1984	277
1927	634	1937	680	1947	657	1957	546	1975	529	1985	349
1928	542	1938	703	1948	650	1958	374	1976	662	1986	625
1929	485	1939	521	1949	505	1959	523	1977	475	1987	418
1930	531	1940	527	1950	649	1960	559	1978	439	1988	572
1931	598	1941	458	1951	512	1969	837	1979	622	1989	865

a- déterminer les caractéristiques empiriques de l'échantillon : moyenne, écart type et coefficient de variation.

b- construire l'histogramme et la courbe des fréquences cumulées.

c- ajuster une loi normale à l'échantillon.

IV - 2 Grâce à l'utilisation de la table des aires limitées par la courbe normale centrée réduite, trouver les surfaces suivantes:

a) surface entre z = 0 et z = 1,2 ;

b) surface entre z = - 0,68 et z = 0 ;

c) surface entre z = - 0, 46 et z = 2 ;

d) surface entre z = 0,81 et z = 1,94 ;

e) surface à gauche de z = - 0,66 ;

f) surface à droite de z = -1,28 ;

g) surface à droite de z = 2,05 et à gauche de z = - 1,44.

IV - 3 Grâce à l'utilisation de la table de Gauss déterminer la ou les valeurs de z:

a) la surface comprise entre 0 et z est égale à 0, 3770

b) la surface à gauche de z est égale à 0,8621

c) la surface comprise entre - 1,5 et z est égale à 0,0217

IV - 4 On suppose qu'un phénomène aléatoire est représenté par la fonction suivante:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3+2x}{18} & \text{pour } 2 < x < 4 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Prouvez que f(x) est une fonction de densité de probabilité

IV -5 En utilisant la table de Gauss, déterminer:

a - la surface comprise entre z = - 1,20 et z = 2,40; z = 1,23 et z = 1,87; z = - 2,35 et z = - 0,5.

b - la surface à gauche de z = - 1,78; la surface à gauche de z = 0,56; la surface à droite de z = 1,45; la surface à gauche de z = - 2,52 et à droite de z = 1,83; la surface correspondant à z > = 2,16; la surface correspondant à 0,80 < = z < = 1,53.

c - Trouver z tel que :

- la surface à droite de z soit égale à 0,2266;
- la surface à gauche de z soit égale à 0,0314;
- la surface entre 1,15 et z soit égale à 0,0730;
- la surface entre -z et z soit égale à 0,9000.

IV - 6 En utilisant l'échantillon de l'exercice IV -1 ci-dessus:

a- tracer la droite de Henry;

b- Vérifier l'adéquation de l'ajustement de la loi normale à cet échantillon en utilisant le test du Khi – Deux pour un niveau de signification de $\alpha = 0,10$.

IV - 7 Les enregistrements des débits de pointes annuels de l'oued Boudouaou sont:

Années	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969
Débits (m3/s)	45,3	27,5	16,9	41,1	31,2	19,9	22,7	50	35,4

En supposant que ces débits s'ajustent à une loi normale, déterminer:

a - la probabilité de Non-Dépassement d'un débit de 42,5 m3/s;

b - La période de retour d'un débit de 42,5 m3/s;

c - la crue de période de retour égale à 20 ans.

IV - 8 La moyenne et l'écart-type d'une série de pluies annuelles sont respectivement 1 200 et 156 mm.

a) déterminer les variables réduites des pluies suivantes: 1 500, 450, 750 et 1200 mm.

b) déterminer les pluies dont les variables réduites sont: - 0,08; - 0,63; - 0,89; - 1,5; - 2,7; - 3,05; 0; 0,08; 0,63; 0,89; 1,5; 2,7; 3,05.

IV - 9 Une série de 60 pluies annuelles est distribuée normalement avec une moyenne de 680 mm et un écart type de 30 mm.

a) Quelle est la probabilité des pluies supérieures ou égales à 740 mm?

b) Quelle est la probabilité des pluies inférieures ou égales à 650 mm?

c) Quelle est la probabilité des pluies comprises entre 740 et 650 mm?

IV - 10 En utilisant l'échantillon de l'exercice IV -1 ci-dessus, tester l'adéquation d'une loi normale à cet échantillon au niveau de signification de $\alpha = 0,10$ à l'aide du test de Kolmogorov-Smirnov.

IV - 11 En utilisant l'échantillon de l'exercice IV -1 ci-dessus :

a) Calculer les Intervalles de Confiance (IC) à 75 et 95 % de la moyenne et de l'écart-type.

b) Calculer les IC à 60, 80, et 95% des pluies biennale, décennale, cinquantennale et centennale.

c) En utilisant les résultats de l'exercice IV-1 (notamment la droite de Henry et la courbe expérimentale) tracer les courbes enveloppes des IC à 60, 80 et 95 pour-cent.

ÉNONCÉS DES EXERCICES DU CHAPITRE N° 5

V-1. Les pluies maximales annuelles mesurées à une station pluviométrique sont les suivantes:

An	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P (mm)	530	642	353	720	426	502	830	572	620

On donne $\Sigma P_i^2 = 3170037$ et $\Sigma P_i = 5195$

En utilisant la loi de Gumbel, déterminer:

a) La probabilité au non-dépassement d'une pluie de 500 mm,

b) la période de retour dune pluie de 700 mm,

c) la pluie de période de retour égale à 20 ans.

V -2 En utilisant l'échantillon de pluies annuelles ci-dessous:

SERIE DE PLUIES ANNUELLES AU BARRAGE .DU GHRIB											
An	Pluie	An	Pluie	An	Pluie	An	Pluie	An	Pluie	An	Pluie
1922	607	1932	169	1942	326	1952	502	1970	368	1980	241
1923	407	1933	439	1943	467	1953	431	1971	584	1981	436
1924	567	1934	615	1944	527	1954	382	1972	343	1982	449
1925	645	1935	723	1945	419	1955	454	1973	696	1983	470
1926	480	1936	691	1946	350	1956	561	1974	602	1984	277
1927	634	1937	680	1947	657	1957	546	1975	529	1985	349
1928	542	1938	703	1948	650	1958	374	1976	662	1986	625
1929	485	1939	521	1949	505	1959	523	1977	475	1987	418
1930	531	1940	527	1950	649	1960	559	1978	439	1988	572
1931	598	1941	458	1951	512	1969	837	1979	622	1989	865

a) ajuster une loi log - normale à cet échantillon.

b) En utilisant les mêmes intervalles (ou d'autres si vous le voulez) que pour l'exercice IV-6-b, vérifiez, grâce au test du Khi - Deux, l'adéquation d'une loi log - normale au même degré de signification.

c) Calculez les IC à 80 % de la moyenne, de l'écart-type et de la pluie décennale.

V-3 En utilisant l'échantillon de pluies annuelles de l'exercice V-2 ci-dessus:

a) ajuster une loi Gumbel à cet échantillon.

b) En utilisant les mêmes intervalles (ou d'autres si vous le voulez) que pour l'exercice V-2, vérifiez, grâce au test du Khi - Deux, l'adéquation, d'une loi Gumbel au même degré de signification.

c) Comparer les résultats des test du χ^2 des exercices IV-6 avec ceux des exercices V-2 et V-3. Conclure.

d) Calculez les IC à 80 % de la pluie décennale et comparez les résultats avec ceux de l'exercice IV–11 question b et V-2-c. Conclure.

ÉNONCÉS DES EXERCICES DU CHAPITRE N° 6

VI - 1 Les précipitations mesurées pendant 30 ans à la station X apparaissent douteuses dans la mesure où il semble que le pluviomètre a été déplacé en raison de la construction d'un immeuble.

Le tableau ci-dessous donne les précipitations mensuelles du mois de mars à la station X et les précipitations mensuelles moyennes aux 15 stations environnantes pour le même mois.

1. Déterminer la précipitation moyenne annuelle à la station X sans ajustement,

2. même question avec ajustement

Année	P à St X	P 15 St	Année	P à St X	P 15 St	Année	P à St X	P 15 St
1950	47	29	1960	58	40	1970	39	35
1951	24	21	1961	41	26	1971	25	26
1952	42	36	1962	34	24	1972	30	29
1953	27	26	1963	20	22	1973	23	28
1954	25	23	1964	26	25	1974	37	34
1955	35	30	1965	36	34	1975	34	33
1956	29	26	1966	35	28	1976	30	35
1957	36	26	1967	28	23	1977	28	26
1958	37	26	1968	29	33	1978	27	25
1959	35	28	1969	32	33	1979	34	35

VI -2 Soit les totaux annuels pluviométriques de la station de Tissemsilt:

Année	P (mm)	Année	P (mm)	Année	P (mm)	Année	P (mm)	Année	P (mm)
1917/18	332.4	28/29	607.8	39/40	362	54/55	436.9	79/80	500.3
18/19	462.3	29/30	487.3	46/47	370.4	58/59	355	80/81	294
19/20	315.2	31/32	382	47/48	624	59/60	442.6	81/82	450
20/21	422.9	32/33	355.6	48/49	494.6	60/61	285.1	82/83	182
21/22	304.2	33/34	639.8	49/50	453.4	73/74	371.7	83/84	291
25/26	341.8	34/35	372.6	50/51	458.5	75/76	357.7	85/86	397.4
26/27	391.3	36/37	321.5	51/52	487.1	77/78	364.8	86/87	321.8
27/28	507.1	38/39	509.6	53/54	395.4	78/79	358.3		

En utilisant les tests de Wilcoxon et de Mann-Whitney, déterminer si cette série pluviométrique est homogène à un degré de

signification de 95 %. (Cet exercice est pris à partir du projet de fin d'études (PFE) de M. Zoubir Chala promotion 92/93 IGC - USTHB).

VI-3 L'objectif est d'étendre la série Y 1946-1965 à l'aide de la série X qui s'étend de 1891 à 1965.

Les deux séries de précipitations annuelles (X et Y) relevées à deux postes pluviométriques semblent, après examen, suivre des lois normales et être liées linéairement.

On vous demande de :

a. calculer les moyennes et les variances des échantillons X et Y, le coefficient de corrélation r_{xy} et l'équation de régression de Y en X,

b. tracer la droite de régression et de placer sur le graphe les points observés à titre de vérification.

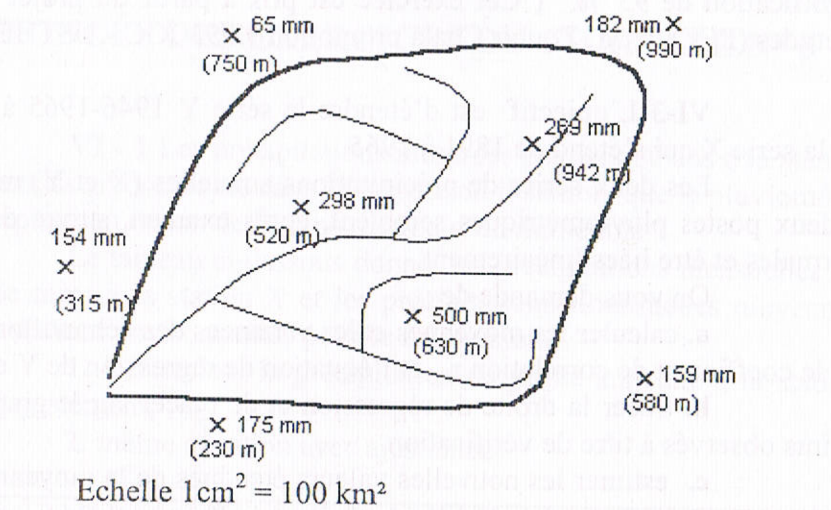
c. estimer les nouvelles valeurs étendues de la moyenne Y et de la variance σ_y de la série Y à l'aide de la série X.

On donne X_n = 667 mm et $_n\sigma_x^2$ =18 451

Année	X	Y	Année	X	Y	Année	X	Y	Année	X	Y
1946	511	810	1951	841	1002	1956	657	886	1961	625	872
1947	540	793	1952	820	1248	1957	540	776	1962	568	970
1948	522	737	1953	393	522	1958	858	1288	1963	659	1059
1949	459	639	1954	702	1044	1959	549	948	1964	548	762
1950	732	1169	1955	677	1140	1960	800	1059	1965	817	1499

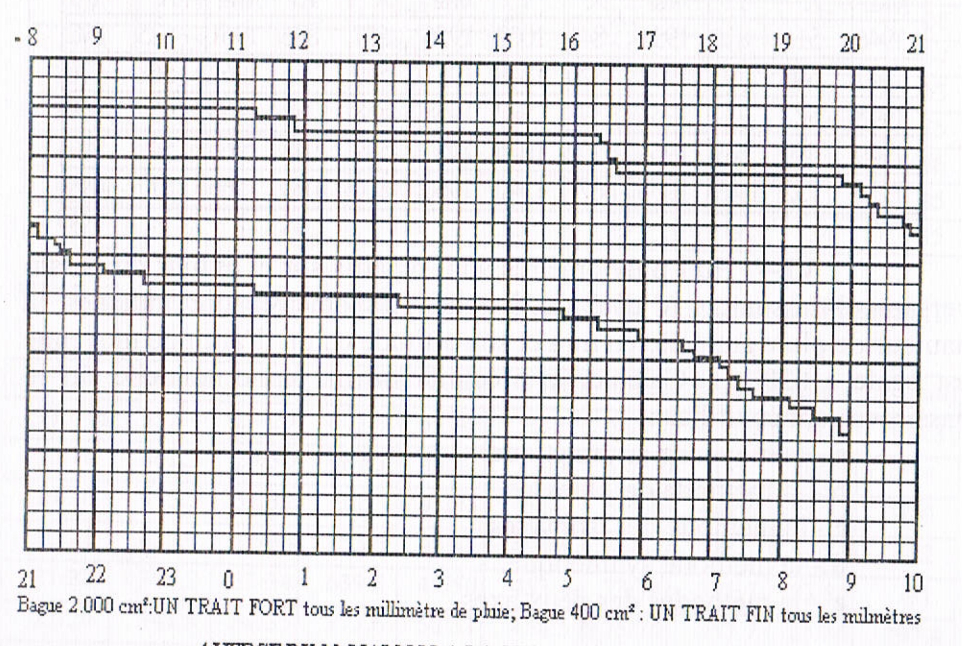
VI-4 Huit pluviomètres sont répartis sur et autour du bassin versant ci-dessous. A côté de chaque pluviomètre sont indiqués la hauteur de pluie annuelle en mm et son altitude en m. l'altitude moyenne est égale à 620 m. Calculer la précipitation moyenne annuelle sur le bassin versant en utilisant :

a.- la moyenne arithmétique,
b.- la méthode de Thiessen,
c.- la méthode des isohyètes.
d.- la méthode synthétique.
e – la méthodes des deux axes



Echelle $1\text{cm}^2 = 100 \text{ km}^2$

VI-5 1 Soit le pluviogramme observé le 11 mai 1990 à la station d'Erraguène (wilaya de Jijel).



Bague 2.000 cm²:UN TRAIT FORT tous les millimètre de pluie; Bague 400 cm² : UN TRAIT FIN tous les milmètres

AVERSE DU 11 MAI 1990 A LA STATION D'ERRAGUENE

a -Tracer le hyétogramme correspondant et la courbe des précipitations cumulées H = f(t) . (Prendre un intervalle de temps de 30 min dans le dépouillement du pluviogramme et une bague = 400 cm^2.)

b - Si l'expression analytique de la courbe de l'intensité maximale $\bar{i} = f(t)$ est de la forme $\bar{i} = \dfrac{I}{(t+1)^n}$, de trouver l'exposant climatique n et l'intensité maximale I .

c - Retrouver la lame d'eau précipitée $H_T = \int_0^{22} \bar{i} dt$. Prendre dans l'exemple $\Delta t = 30$ min

VI-6 Le tableau suivant donne par ordre chronologique les hauteurs maximales de pluie pour différentes durées:

1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
15 min	30 min	60 min	120 m.	15 min	30 min	60 min	120 m.	15 min	30 min	60 min	120 m.
8,05	9,72	11,43	17,03	7,7	10,27	13,06	19	8,1	10,63	11,92	12,3
9,4	10,37	10,95	34,21	7,32	8,9	18,3	16,63	7,5	9,34	11,09	17,33
8,84	8,73	17,56	13,53	9,2	9,7	12,9	14,82	7,5	12,38	10,94	13,51
7,1	9,19	13,13	12,9	7	10,23	12,03	13	8,6	10,87	11,3	12,74
6,7	26,25	12,13	18,83	7,07	16,26	11,74	12,2	8,9	8,8	10,63	16,09
7,83	11,49	11,94	16	7	11,67	12	17,92	7,7	10,4	12,25	13
14,23	8,69	32,2	13,1	9,1	8,5	12,67	16,04	0,7	11,77	11,3	13,05
6,87	11,7	14,31	12	7,33	10	13,75	13,35	6,9	10,6	12,04	15,7
								6.88	9,75	15,1	13,93

On demande de tracer les courbes Intensités-Durées-Fréquences (IDF), pour les durées de 15, 30, 60 et 120 min et les période de retour de 2, 25 et 50 ans. On suppose que la loi de Gumbel s'ajuste bien aux données.

VII - 1. Dans une région dont la latitude est 48° 42', les moyennes des températures t(°C), des durées d'insolation h(heures/mois), et des hauteurs de pluies mensuelles P(mm) sur une longue période sont les suivantes:

M	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
P	67	55	41	49	54	77	60	67	65	55	61	61
h	48	70	149	180	218	212	234	212	169	123	53	35
t	0,9	1,9	5,8	9,3	13,1	16,4	18,2	17,8	15	9,9	5,4	1,9

L'humidité relative est toujours supérieure à 50 %.

A l'aide de la formule de Turc, calculer l'évapotranspiration réelle annuelle.

VII-2. Compléter les deux mois manquants des estimations de l'Etp de Turc suivantes:

M	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Etp	3	-	33	61	90	103	109	-	67	35	14	5

Les autres données sont identiques à celles du précédent exercice.

VII-3. En utilisant la formule de Thornthwaite, déterminer l'Etp pour la même région sachant que:

M	J	F	M	A	M	J	J	A	S	0	N	D
K	0,73	0,78	1,02	1,15	1,32	1,33	1,33	1,24	1,05	0,91	0,75	0,70

K = coefficient d'ajustement mensuel.

VII-4. Le débit annuel à l'exutoire d'un bassin versant est de 79,5 m^3/s, le traitement de la carte des isohyètes donne:

Isohyète (mm)	914-965	965-1016	1016-1067	1067-1118	1118-1168	1168-1219	1219-1270	1270-1321
S (km²)	280	482	710	1067	1575	658	404	67

Déterminer:

a : la lame d'eau précipitée L_p ;

b : la lame d'eau ruisselée L_r ;

c : le coefficient de ruissellement $C = L_p / L_r$;

d : la hauteur d'eau évaporée E_v.

VII-5. Calculer l'évaporation journalière à partir d'un bac de classe A si les quantités d'eau suivantes sont ajoutées pour remettre le niveau de l'eau à sa position initiale dans le bac:

Jour	1	2	3	4	5
Pluie (mm)	0	6,5	1,2	0	0,1
Eau ajoutée (mm)	2,9	5,5	0,7	2,8	1,0

Le coefficient du bac est égal à 0,7.

Quelle est l'évaporation en m^3 au niveau d'un barrage voisin pendant la période de ces 5 jours, sachant que la surface moyenne du plan d'eau est de 5 200ha?

ÉNONCÉS DES EXERCICES DU CHAPITRE N° 8

VIII-1. Le tableau ci dessous présente les données des précipitations, de l'infiltration et des accumulations dans les dépressions:

Heure	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ip (cm / h)	1	1,3	4,5	2,1	1,1	0,3	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,1
If (cm / h)	0,6	0,4	0,35	0,3	0,25	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
Acc. Dépr	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Quelle est la précipitation nette (c'est à dire celle qui va s'écouler sur la surface)?

VIII-2. Montrer que dans l'équation de Horton: $f = f_c + (f_0 - f_c)e^{-kt}$, k est égal à $(f_0 - f_c)$ divisé par le volume total infiltré au dessus de la ligne f_c .

Au début de l'averse, la vitesse d'infiltration est égale à 4,5 cm / h, celle-ci décroît exponentiellement vers une valeur stable égale à 0,5 cm / h après 10 heures; 30 cm d'eau se sont infiltrés pendant cette période.

Déterminer la valeur de k dans l'équation de Horton.

VIII-3. Le tableau ci-dessous indique la précipitation qui est tombée sur un bassin versant de 200 ha de superficie:

T (minutes)	0 - 30	30 - 60	60 - 90	90 - 120
I (cm / h)	10	5	15	12,5

a) déterminer la pluie totale qui est tombée sur le bassin,

b) déterminer l'indice Φ si la pluie efficace (celle qui a contribué au ruissellement) est égale à 7,5 cm.

ÉNONCÉS DES EXERCICES DU CHAPITRE N° 9

IX. 1 - Le jaugeage au moulinet effectué à la station de Sidi Aich, sur l'oued Soummam, le 5 octobre 1970, entre 13h 40 et 14h 20, a donné les résultats suivants:

Heure	Si	xi	P (m)	N	t(sec)	n	V (m /s)	qi (m2/s)	Obs
13h40	S0	0,00							R D
	S1	1,00	0,03	168	25,9				
			0,10	164	25,0				
			0,28	125	25,0				
			0,36	0					Fond
	S2	4,00	0,03	200	25,0				
			0,20	160	25,0				
			0,38	100	25,0				
			0,46	0					Fond
	S3	7,00	0,03	219	25,0				
			0,20	207	25,0				
			0,35	153	25,0				
			0,43	0					Fond
	S4	10,0	0,03	139	25,0				
			0,10	129	25,0				
			0,18	109	25,0				
			0,26	0					Fond
	S5	12,0	0,03	37	25,0				
			0,075	28	25,0				
			0,155	0					Fond
14h20		12,5							RG

Si = section i; xi = abscisse de la section Si; P = profondeur de la section Si; N = nombre de tours du moulinet; n = N / t = nombre de tours par seconde; V = vitesse de l'eau; qi = débit spécifique; RD = rive droite; RG = rive gauche et sachant que la formule d'étalonnage du moulinet est :

$V = 0{,}1319\ n + 0{,}032$ pour $n \leq 2{,}93$

et $V = 0{,}1360\ n + 0{,}020$ pour $n > 2{,}93$

1. calculer le débit de l'écoulement mesuré par ce jaugeage.

   (Aide: les étapes de calcul sont les suivantes:

   a. on calcule les vitesses grâce à l'une des formules ci-dessus,

   b. on porte sur du papier millimétré, pour chaque section, en ordonnées les profondeurs et en abscisses les vitesses respectives. La surface sous la courbe obtenues est égale au débit spécifique (en m^2/s) relatif à la section considérée.

c. on porte sur une seconde feuille de papier millimétré en abscisses, les distances à la rive droite de chaque section et, en ordonnées, les débits spécifiques trouvés en b. La surface sous la courbe est égale au débit Q de l'oued pendant le jaugeage).

2. déterminer la section mouillée.

3. calculer la vitesse moyenne de l'écoulement.

1X - 2. Une averse tombe sur un bassin versant. Le hyétogramme de cette averse est le suivant :

t (h)	0 - 1	1 - 2	2 - 3	3 - 4	4 - 5	5 - 6
I (mm/h)	1	2	4	5	3	1,5

Le taux de recharge ϕ a été estimé lors de précédents événements pluvieux ; on avait trouvé ϕ = 2,4 mm/h.
L'hydrogramme de crue résultant de cette averse est le suivant :

t(h)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Q(m^3/s)	100	100	100	230	460	650	740	720	620	510
t(h)	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Q(m^3/s)	410	320	260	220	190	150	130	110	100	100

Le débit de base est donné constant et égal à 100m^3/s.
Déterminer :
i- la pluie efficace, sa durée, l'heure de son début et celle de sa fin.
ii- le temps de base tb et le temps de concentration tc ;
c- la surface du bassin versant.

1X.3 Sur un bassin versant de 1500 km², une averse de 4 heures génère les débits suivants:

t(h)	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
Q (m^3:s)	37,5	75	165	225	220	176	150	105	70,6	45,7	37,5

a- En déduire l'hydrogramme unitaire de 4 heures de durée (HU(4h)) en supposant que le débit de base est constant et égal à 37,5 m^3/s
b- En utilisant l'HU(4h) trouvé, déduire l'hydrogramme généré par une averse similaire de 4 heures de durée et dont la pluie efficace est de 16,6 mm sur le même bassin versant.

1X - 4 L'hydrogramme ci-dessous résulte d'une pluie de 4,7 cm en 2 heures.

t(h)	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
Q(m^3/s)	5	5	25	96	123	82	41	17	13	12

Les pertes dûes aux eaux stockées dans les dépressions, à l'infiltration et à l'évaporation sont de 3,2 cm. Déterminer l'HU(2h).

IX - 5 L'hydrogramme ci-dessous résulte d'une pluie de 6 heures sur un bassin versant de 4500 km².

t(jours)	1	2	3	4	5	6	7
Q (m^3/s)	2 340	34 300	25 000	14 000	8 960	5 740	4 300
T(jours)	8	9	10	11	12	13	14
Q (m^3/s)	3 280	2 760	2 390	2 060	1 770	1 520	1 320

L'équation du débit de base est : $Q_b = 127,1\ t + 2212,9$
a- déterminer l'HU(6h)
b- déterminer l'hydrogramme généré par une averse de 6 heures dont le ruissellement direct est de 186 cm.

IX - 6 Le tableau ci-dessous donne les précipitations P (mm), les débits totaux Qt (m3 / s) et le temps de leur occurrence. Le débit de base est constant et égal à 8 m^3/s. Déterminer l'hydrogramme du ruissellement direct, l'indice Φ (taux de recharge) et le hyétogramme de la pluie efficace, la surface du bassin versant étant égale à 18,2 km².

T	20h 30	21h 00	21h 30	22h 00	22h 30	23h 00	23h 30	24h 00	00h 30
P	0	3,8	6,6	33,8	55,9	52,8	5,1	2,3	0
Qt	5,8	7,0	8,0	23,5	65,8	161,3	270	312,2	233,2
T	01h 00	01h 30	02h 00	02h 30	03h 00	03h30	04h00	04h 30	
P	0	0	0	0	0	0	0	0	
Qt	122,4	63,6	51,0	34,8	20,2	11,2	10,1	8,6	

IX-7 Au cours d'une crue, on a mesuré les débits suivants:

Dates	Heures	Débits	Dates	Heures	Débits	Dates	Heures	Débits
03/07	0	2,5	07 / 07	0	7	11 / 07	0	2,80
03/07	12	3,9	07 / 07	12	5,65	11 / 07	12	2,70
04 / 07	0	6,5	08 / 07	0	5	12 / 07	0	2,65
04 / 07	12	13,5	08 / 07	12	4,4	12 / 07	12	2,62
05 / 07	0	55,5	09 / 07	0	4,05	13 /07	0	2,60
05 / 07	12	45,5	09 / 07	12	3,5	14 /07	0	2,50
06 / 07	0	15	10 / 07	0	3,2	15 / 07	0	2,40
06 / 07	12	9,7	10 / 07	12	2,95	16 / 07	0	2,35

Le maximum de la crue s'est produit le 05 / 07 à 2h 25mn.

a- tracer sur du papier semi-log cet hydrogramme, et séparer graphiquement les 3 types d'écoulement: écoulement direct, écoulement hypodermique et écoulement de base.

b- sachant que la superficie du bassin versant est de 1500 km², déterminer l'hydrogramme unitaire.

c- déterminer la crue générée sur ce bassin versant par une pluie efficace de 7,2 mm.

IX - 8 L'hydrogramme ci-dessous résulte d'une pluie de 48,3 mm en 2 heures. Les pertes dues aux eaux stockées dans les dépressions, à l'infiltration et à l'évaporation sont de 10,2 mm. Déterminer l'HU(2h).

T(h)	0	6	12	18	24	30	36
Q(m^3/s)	2,07	2,12	25,49	96,28	123,18	82,19	41,06
T(h)	42	48	54	60	66	72	
Q(m^3/s)	16,99	12,76	10,62	7,08	5,10	3,82	

IX - 9 Le tableau ci-dessous représente l'HU (2h) d'un bassin versant de 1958 km²

t (heures)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q (m3 / s)	0	40	250	440	600	700	610	520	450	380	320
t (heures)	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Q (m3 / s)	270	220	180	140	110	80	60	40	20	10	0

Déterminer l'HU(4h):

a) par la méthode de superposition,

b) par la méthode de la courbe en S (ou hydrogramme en S)

IX.10 Une pluie efficace de 1,4 cm pendant 1,5 h génère l'hydrogramme suivant:

t (heures)	1	2	3	4	4,5	5	6
Qt (m3/s)	110	122	230	578	666	645	434
Qb (m3/s)	110	122	120	118	116	115	114
t (heures)	7	8	9	10	10,5	11	12
Qt(m3/s)	293	202	160	117	105	90	80
Qb (m3/s)	113	112	110	105	105	90	80

Calculer le débit de pointe résultant de l'événement pluvieux suivant:

temps (heures)	0 - 1	1 - 2	2 - 3
Pluie Efficace (cm)	0,7	1,7	1,2

SECONDE PARTIE : SOLUTIONS DES EXERCICES

SOLUTIONS DES EXERCICES DU CHAPITRE N° 1

Solution de l'exercice I - 1

a) On considère que la barrage est vide au départ.

Le volume entrant en 1 jour est :

$1{,}25 \times 60 \times 60 \times 24 = 108\,000\ m^3$

Le nombre de jours nécessaires pour le remplissage du barrage est : $225\ 000\ 000 \div 108\ 000 = 2083{,}3$ jours ou 5,70années

b) La différence entre les hauteurs de précipitation et d'évaporation est : 720 - 235 = 485 mm

Le volume annuel entrant dans le barrage est :

$560\text{ha} \times 100000\text{m}^2/\text{ha} \times 485\text{mm} \times 0{,}001\text{m/mm} = 27\,160\ 000\text{m}^3$

Le nombre d'années pour remplir le barrage est donc :

$$\frac{225\ 000\ 000}{27\ 160\ 000} = 8{,}28\text{années}$$

Solution de l'exercice I - 2

a) L'équation du bilan s'écrit: $Ve - Vs = \Delta V$

Ve = volume entrant; Vs = volume sortant; ΔV = changement de volume.

$Vs = V_{irrigation} + V_{évaporé}$

$Ve = V_{précipité}$

$V_{irrigation}$ = 5000 ha x 0,6 l/s x 3 600 s/h x 24 h/j x 365 j / an = 94,6 Mm3

$V_{évaporé}$ = 3 km² x 10^6 m²/km² x 1000 mm x 10^{-3} m/mm x 12 = 36 Mm3

$Vs = V_{irrigation} + V_{évaporé}$ = 94,6 + 36 = 130,6 Mm3

Ve = 1 500 km² x 10^6 m²/km² x 40 mm/mois x 10^{-3} m/mm x 3 mois = 180 Mm3

ΔV = Ve - Vs = 180 - 130,6 = 49,4 Mm3.

Il y a donc un excédant de 49,4 Mm3

b) La capacité du barrage est suffisante puisqu'elle est plus grande que l'apport annuel.

Solution de l'exercice I - 3

Dans ce problème on vous demande d'établir le bilan pour chaque mois et trouver les mois pendant lesquels le barrage déverse .

On procède comme suit pour le mois de septembre par exemple :

L'équation du bilan peut s'écrire :

$$V_e - V_S = \Delta V$$

$$V_f = V_i + \Delta V = V_e - V_S \text{ où :}$$

V_e = volume entrant; V_s = volume sortant; V_i = volume initial ;
V_f = volume final ; ΔV = changement de volume.

$$V_e = V_p + V_r \text{ où :}$$

V_p = volume des précipitations et V_r = volume ruisselé
$V_p = P\text{ (mm)} \times S\text{ (m²)} = 0{,}01 \text{ m} \times 10 \times 10^6 \text{ m²} = 100\,000 \text{ m}^3 = 0{,}1 \text{ Mm}^3$
$V_r = Q \times t = 0{,}2 \text{ m}^3/\text{s} \times 30 \text{ j} \times 24 \text{ h/j} \times 3600\text{s/h} = 0{,}52 \text{ Mm}^3$

$$V_s = V_{evap} + V_{irrig} + V_{eco} \text{ où :}$$

V_{evap} = volume évaporé ; V_{irrig} = volume nécessaire à l'irrigation ;
V_{eco} = volume pour les besoins écologiques.
$V_{evap} = E_v \times S = 126 \text{ mm} \times 0{,}001\text{m/mm} \times 10 \text{ km²} \times 10^6 \text{ m²/km²} = 1{,}26 \text{ Mm}^3$,
$V_{irrig} = d_{irrig} \times t \times S = 0{,}4 \text{ l / s / ha} \times 86\,400 \text{ s / j} \times 30 \text{ j / mois} \times 10^{-3} \text{ m}^3\text{ / l} \times 15\,000 \text{ ha} = 15{,}55 \text{ Mm}^3$ (d_{irrig}= dose d'irrigation),
$V_{eco} = L \times t = 0{,}4 \text{ m}^3/\text{s} \times 86\,400 \text{ s/j} \times 30 \text{ j/mois} = 1{,}04 \text{ Mm}^3$.(L = lâchés écologiques)
D'où :
$V_e = 0{,}1 + 0{,}52 = 0{,}62 \text{ Mm}^3$

$$V_s = V_p - V_r = V_{evap} + V_{irrig} + V_{eco} = 1{,}26 + 15{,}55 + 1{,}04 = 17{,}85 \text{ Mm}^3$$

$$\Delta V = V_e - V_S = 0{,}62 - 17{,}85 = -17{,}23 \text{ Mm}^3$$

$$V_f = V_i + \Delta V = 20 - 17{,}23 = 2{,}77 \text{ Mm}^3.$$

Donc à la fin du mois de septembre il reste 2,77 Mm³ d'eau dans le barrage. Il ne déborde pas puisque sa capacité totale est de 120 Mm³.

Le volume déversé Vd = Vf - 120 puisque la capacité du barrage est égale à 120 Mm³, tout volume supplémentaire est déversé.

On procède de la même manière pour les autres mois de l'année. On dresse le tableau suivant pour faciliter la compréhension et les calculs.

Mois	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A
P	10	30	50	100	200	250	300	270	0	0	0	0
Vp	0,1	0,3	0,5	1	2	2,5	3	2,7	0	0	0	0
Q	0,2	0,7	2,5	6,8	12,5	14,3	20,5	10,2	3,5	1,2	0,4	0,1
Vr	0,52	1,87	6,48	18,21	33,48	34,59	54,9	26,44	9,37	3,11	1,07	0,27
Ve	0,62	2,17	6,98	19,71	35,48	37,09	57,9	29,14	9,37	3,11	1,07	0,27
Ev	126	96	69	54	61	68	83	92	122	149	168	176
Veva	1,26	0,96	0,69	0,54	0,61	0,68	0,83	0,92	1,22	1,49	1,68	1,76
dirrig	0,4	0	0	0	0	0	0	0	0,3	0,4	0,75	0,6
Virr	15,55	0	0	0	0	0	0	0	12,05	15,55	30,13	24,1
qeco	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
Veco	1,04	1,07	1,04	1,07	1,07	0,97	1,07	1,04	1,07	1,04	1,07	1,07
Vs	17,85	2,03	1,73	1,61	1,68	1,65	1,9	1,96	14,34	18,08	32,88	26,93
ΔV	-17,23	0,14	5,25	18,1	33,8	35,44	56	27,18	-4,97	-14,97	-31,81	-26,66
Vi	20	2,77	2,91	8,16	26,26	60,06	95,55	151,5	147,2	115	100,1	68,25
Vf	2,77	2,91	8,16	26,26	60,06	95,5	120	120	120	100,03	68,29	41,59
Vdev	0	0	0	0	0	0	31,55	58,68	22,23	0	0	0

D'après le tableau, on voit que le barrage déverse pendant les mois de mars, avril et mai et qu'à la fin septembre il reste 41,59 Mm³ dans le barrage qui pourront être utilisés pendant l'année hydrologique (ou agricole) suivante.

Solution de l'exercice I - 4

a) volume d'eau précipitée pendant les 5 jours:

$V_{barrage}$ = 0,15 mm/h × 24 h/j × 5 j × 245 ha × 10 000 m²/ha × 0,001 m/mm = 44 100 m3

Vbv = 0,15 mm/h × 24 h/j × 5 j × 25 000 km² × 1000 000 m²/km² × 0,001 m/mm = 450 Mm³

b) taux moyen des précipitations en m³/s sur le lac du barrage : 0,15 mm/h × 0,001 m/mm × 1h / 3600s × 245 ha × 10 000 m²/ha = 0,102 m³/s

ou bien : 44 100 m3 / (5j × 24h/j × 3600s/h) = 0,102 m³/s

et sur le bassin versant: 0,15 mm/h × 0,001 m/mm × 1h / 3600s × 25 000 ha × 1000 000 m²/ha = 1041,67 m³/s

ou bien : 450 Mm3 / (5j × 24h/j × 3600s/h) = 1041,67 m³/s

c) la lame d'eau précipitée sur le lac du barrage : $Lp = \frac{Vp}{S_{Bge}} = \frac{44100\,m^3}{245\ ha \times 10000\ m^2/ha} = 0{,}018\ m = 18mm$

et sur le bassin versant :.

$$Lp = \frac{Vp}{S_{Bge}} = \frac{450\ Mm^3 \times 1\,000\,000\ m^3/Mm^3}{25\,000\ km^2 \times 1\,000\,000\ m^2/km^2} = 0{,}018\ m = 18mm$$

Solution de l'exercice I – 5

A l'instant initial ti, on a le débit net :

$Q_i = 14{,}16 - 19{,}82 = -5{,}66\ m^3/s$

à l'instant final, une heure plus tard on a le débit net :

$Q_f = 19{,}82 - 20{,}96 = -1{,}14\ m^3/s$;

en supposant que la variation du débit est linéaire pendant l'heure considérée, le débit moyen net est :

$$\overline{Q} = \frac{(-5{,}66)+(-1{,}14)}{2} = -3{,}4\ m^3/s$$

Le tronçon du cours d'eau se vide donc à un débit moyen de 3,40 m^3/s.

Pendant une heure le volume sorti sera égal à :

(- 3,40 m^3/s) x 3600 s = - 12 240 m^3

Le volume a diminué et à la fin de l'heure il reste dans le tronçon: 19 736 - 12 240 = 7 496 m^3 .

Solution de l'exercice I – 6

L'équation du bilan de ce réservoir est : $V_s - V_e = \Delta V = 0$

V_s = volume total sortant = vol. évaporé (V_{ev}) + vol. débordé (V_d)

V_e = volume entrant sous forme de pluie

on a donc : $V_s - V_e = 0 \rightarrow (V_{ev} + V_d) - V_e = 0$

d'où $V_d = V_e - V_{ev}$

en 24 heures on a donc :

$V_e = 28{,}5\,m^3/s \times 60 \times 60 \times 24 = 2\ 462\ 400\ m^3$

$V_{ev} = 30{,}5\ cm \times 0{,}01\ m/cm \times 202\ ha \times 10\ 000\ m^2/ha = 616\ 100\ m^3$

$V_d = 2\ 462\ 400 - 616\ 100 = 1\ 846\ 300\ m^3$

Solution de l'exercice I – 7

Evaporation journalière en cm : 305 cm / 365 jours = 0,836 cm

Evaporation journalière en m^3 :

0,836 cm × 0,01 m/cm × 148 ha × 10 000 m²/ha = 12 372,8 m^3.

Solution de l'exercice I – 8

a) Volume d'eau précipitée pendant 3 jours =

1,02 cm × 0,01 m/cm × 24 h/j × 3 j × 243 ha × 10 000 m²/ha =1 784 592 m^3.

b) Taux moyen des précipitations en m^3/s =

1 784 592 m^3 / (3j × 24h/j × 60 min/h × 60 sec/min) = 6,885 m^3/s.

c) Hauteur d'eau précipitée : H = V/S = 1 784 592 /(243 × 10 000) = 0,734 m

Solution de l'exercice I – 9

Volume correspondant à 0,3 m = 0,3 m × 455 ha × 10 000 m²/ha = 1 365 000 m^3.

T = V/Q = 1365 m^3 / 0,34 m3/s = 4 014,7 sec = 1,12 heures.

Solution de l'exercice I – 10

a) Volume évaporé en un an : 1243 m^3/j × 365 j = 453 695 m^3

b) Abaissement du niveau dû à l'évaporation :

H = V/S = 453 695 m^3 / (1480 ha × 10 000 m^3/ha) = 0,031 m

c) Volume apporté en un an :

0,7m^3/s × 365 j/an × 24 h/j × 60 min/h × 60 sec/min = 22 075 200 m^3

d) augmentation de niveau dû aux apports d'eau :

22 075 200 m^3/ (1480 ha × 10 000 m^3/ha) =1,491 m

e) Le niveau de l'eau a augmenté de : 1,491 - 0,031 = 1,460 m

SOLUTIONS DES EXERCICES DU CHAPITRE N° 2

Solution de l'exercice 2 -1

II - 1 $K_c = 0,28\dfrac{P}{\sqrt{S}} = \dfrac{142}{\sqrt{1054}} = 1,225$

II - 2

$$L = \frac{K_c\sqrt{S}}{1,12}\left(1+\sqrt{1-\left(\frac{1,12}{K_c}\right)^2}\right) = \frac{1,225\sqrt{1054}}{1,12}\left(1+\sqrt{1-\left(\frac{1,12}{1,225}\right)^2}\right) = 49,85 \text{ km}$$

$$l = \frac{K_c\sqrt{S}}{1,12}\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{1,12}{K_c}\right)^2}\right) = \frac{1,225\sqrt{1054}}{1,12}\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{1,12}{1,225}\right)^2}\right) = 21,16 \text{ km}$$

II - 3 Courbe hypsométrique : On calcule les surfaces partielles comprises entre les lignes de niveaux successives, leurs pourcentages de la surface totale ainsi que les pourcentages cumulés. Les résultats sont portés dans le tableau ci-dessous.

Classes	Surf. partielles	% de S_{totale}	% cumulés
295 - 400	23,83	2,26	2,26
400 - 600	72,62	6,89	9,15
600 - 800	448,69	42,67	51,72
800 - 1000	459,65	43,61	95,33
1000 - 1282	49,20	4,67	100

Ensuite, on trace sur du papier millimétré en abscisses, les altitudes en mètres et en ordonnées, les pourcentages cumulés des surfaces.
On lit sur le graphe $H_{5\%} = 480$ m, $H_{95\%} = 1000$ m et $\overline{H} = 790$ m

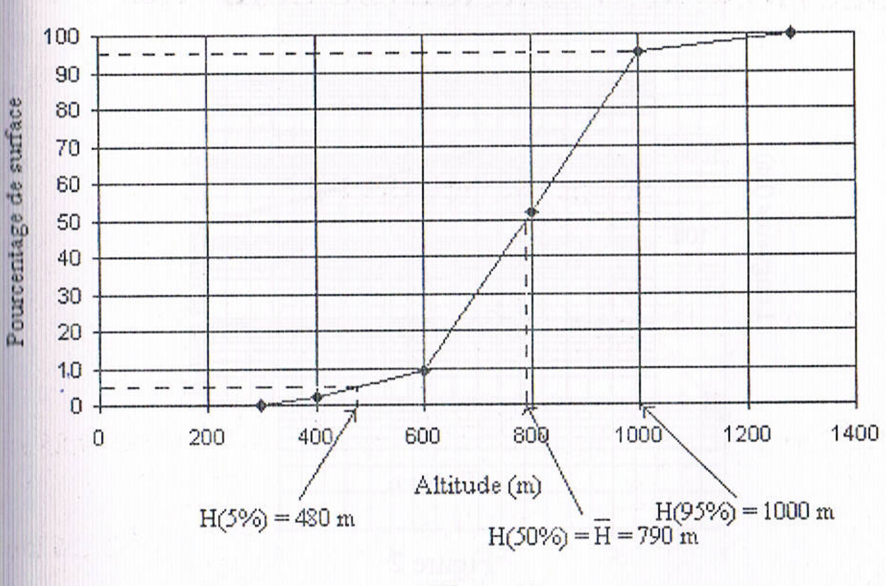


Figure 1

II – 4 - a La formule donne:

$$\overline{H} = \frac{\sum S_i \overline{H}_i}{S} = \frac{23,83\times 347,5 + 72,62\times 500 + 448,69\times 700}{1054} + \frac{459,65\times 900 + 49,20\times 1141}{1054} = 786,05 \text{ m}$$

II – 4 - b la courbe hypsométrique donne $\overline{H} = 790$ m.

II - 5. $I_g = \dfrac{H_{95\%} - H_{5\%}}{L} = \dfrac{1000-480}{49,85} = 10,43$ m / km

II - 6. Densité de drainage $= D_d = \dfrac{\sum_1^4 l_i}{S}$. Pour trouver les l_i, on porte sur du papier semi logarithmique (fig 2) en abscisse les rangs 3 et 4 et en ordonnée les longueurs l_3 et l_4. A partir de la droite qui passe par ces points on tire les valeurs de $l_2 = 750$ km et $l_1 = 1900$ km

Calcul des longueurs des thalwegs d'ordre n

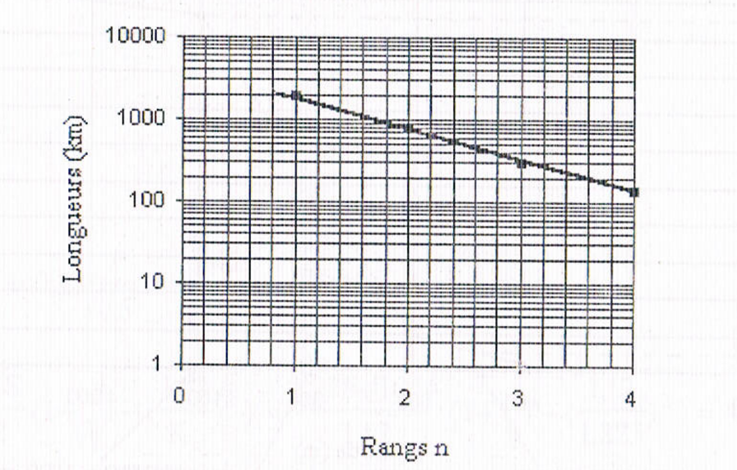


Figure 2

$$\text{d'où: } D_d = \frac{\sum_{1}^{4} l_i}{S} = \frac{1900 + 750 + 334 + 142}{1054} = 2{,}97 \text{ km / km}^2.$$

En procédant de la même manière pour les nombres de thalwegs on obtient: $N_1 = 8200$ et $N_2 = 800$
d'où F_1 = densité des thalwegs élémentaires =
$$\frac{N_1}{S} = \frac{8200}{1054} = 7{,}78 \text{ thalwegs/ km}^2.$$

Maintenant on peut calculer le coefficient de torrentialité:

$C_t = D_d \times F_1 = 2{,}97 \times 7{,}78 = 23{,}11$

Calcul du nombre de thalwegs d'ordre n

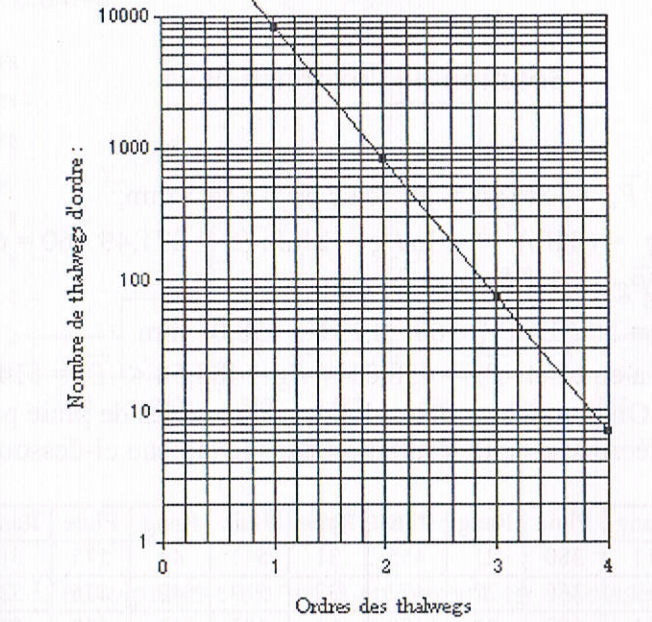


Figure 3.

Solution de l'exercice III - 1

a) $\overline{P}_a = (\Sigma Pi)/N = 30\,858 / 60 = 514{,}3$ mm;

$\overline{Pg} = (\Pi Pi)^{1/N}$; $\ln \overline{Pg} = \Sigma \ln Pi / N = 371{,}49 / 60 = 6{,}1915$

et $\overline{Pg} = e^{6{,}1915} = 488{,}58$ mm

$\overline{P}_h = N / (\Sigma 1/Pi) = 60 / 0{,}131 = 458{,}01$ mm

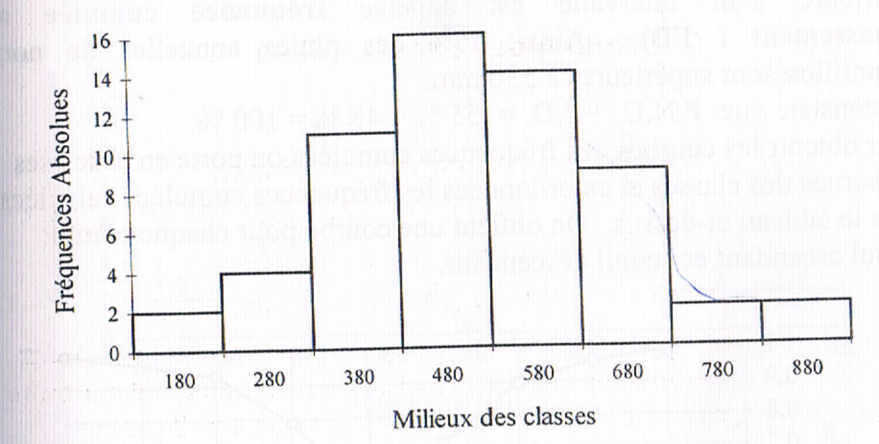
on a en effet: $\overline{P}_h = 458{,}01 < \overline{Pg} = 488{,}58 < \overline{P}_a = 514{,}3$ mm

b) On commence par ordonner notre séries de pluie par ordre croissant (ou décroissant); le résultat est dans le tableau ci-dessous:

Rang	Pluie	Rang	Pluie	Rang	Pluie	Rang	Pluie	Rang	Pluie	Rang	Pluie
1	159	11	380	21	455	31	511	41	575	51	661
2	161	12	386	22	472	32	519	42	576	52	680
3	238	13	388	23	473	33	522	43	579	53	682
4	274	14	404	24	475	34	537	44	582	54	701
5	310	15	411	25	488	35	545	45	583	55	707
6	321	16	414	26	496	36	547	46	606	56	722
7	350	17	416	27	499	37	550	47	626	57	737
8	350	18	440	28	507	38	553	48	648	58	823
9	358	19	443	29	509	39	559	49	650	59	835
10	371	20	448	30	510	40	562	50	658	60	916

Numéro de classe	Classes	Centre de Classe	Effectif ou Fréquence Absolue	Fréquence Relative
1	130 ≤ P < 230	180	2	0,03
2	230 ≤ P < 330	280	4	0,07
3	330 ≤ P < 430	380	11	0,18
4	430 ≤ P < 530	480	16	0,27
5	530 ≤ P < 630	580	14	0,23
6	630 ≤ P < 730	680	9	0,15
7	730 ≤ P < 830	780	2	0,03
8	830 ≤ P < 930	880	2	0,03
somme		=	60	1,00

On divise, dans le tableau ci-dessus, notre échantillon en 8 classes égales toutes à 100 mm en faisant attention à ce que les bornes des classes ne coïncident pas avec des valeurs de notre série. On calcule ensuite pour chaque classe: son centre, sa fréquence absolue, sa fréquence relative.



Histogramme

L'histogramme est tracé en portant en abscisses les milieux des classes et en ordonnées soit les fréquences relatives soit les fréquences absolues. Les extrémités des bases des rectangles sont égales aux limites des classes. La figure ci-dessus donne l'histogramme.

Dans le tableau ci-dessous on a calculé les fréquences cumulées jusqu'aux bornes des intervalles. La somme des fréquences de

Pluies	Effectif cumulé	Fréquence cumulée au non-dépassement (FND)	Débits	Effectif cumulé	Fréquence cumulée au dépassement (FD)
< 130	0	0,00	> 130	60	1,00
< 230	2	0,03	> 230	58	0,96
< 330	6	0,10	> 330	54	0,90
< 430	17	0,28	> 430	43	0,71
< 530	33	0,55	> 530	27	0,45
< 630	47	0,78	> 630	13	0,21
< 730	56	0,93	>730	4	0,06
< 830	58	0,97	> 830	2	0,03
< 930	60	1,00	> 930	0	0,00

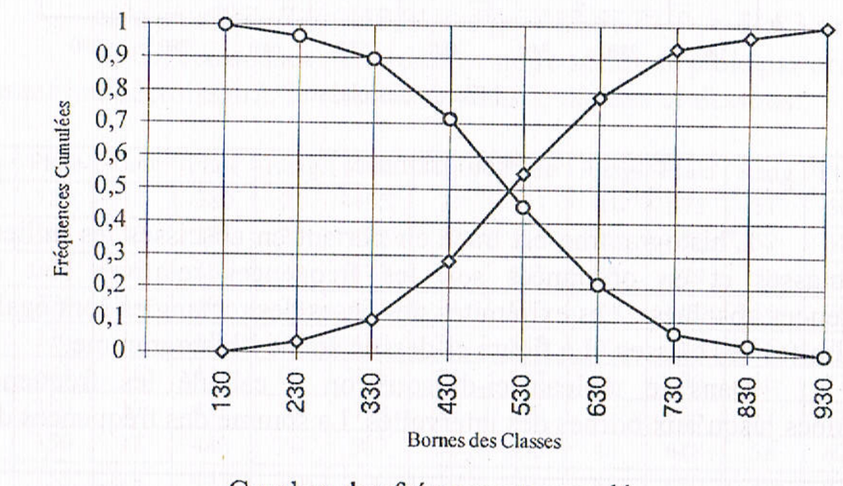
Calcul des fréquences cumulées

toutes les valeurs plus petites que la limite supérieure d'un intervalle est appelée **Fréquence cumulée au non - dépassement (FND)**: ainsi 55 % des pluies annuelles considérées sont inférieures à 530 mm. En outre, la

des pluies annuelles considérées sont inférieures à 530 mm. En outre, la somme des fréquences de toutes les valeurs plus grandes que la limite inférieure d'un intervalle est appelée **fréquence cumulée au dépassement (FD)**. Ainsi, 45% des pluies annuelles de notre échantillon sont supérieures à 530 mm.

On constate que: F.N.D. + F.D. = 55 % + 45 % = 100 %

Pour obtenir les courbes des fréquences cumulées on porte en abscisses les bornes des classes et en ordonnées les fréquences cumulées calculées dans le tableau ci-dessus. On obtient une courbe pour chaque cumul: cumul ascendant et cumul descendant.



Courbes des fréquences cumulées

c) calcul de la Médiane M:

1) par la formule: $M = L_1 + \frac{(N/2) - f_1}{f_{médiane}} \times c$

Sur le graphe on lit:

L1 = 430 ; Σf1 = 2 + 4 + 11 = 17 ; $f_{médiane}$ = 16 et c = 100 d'où

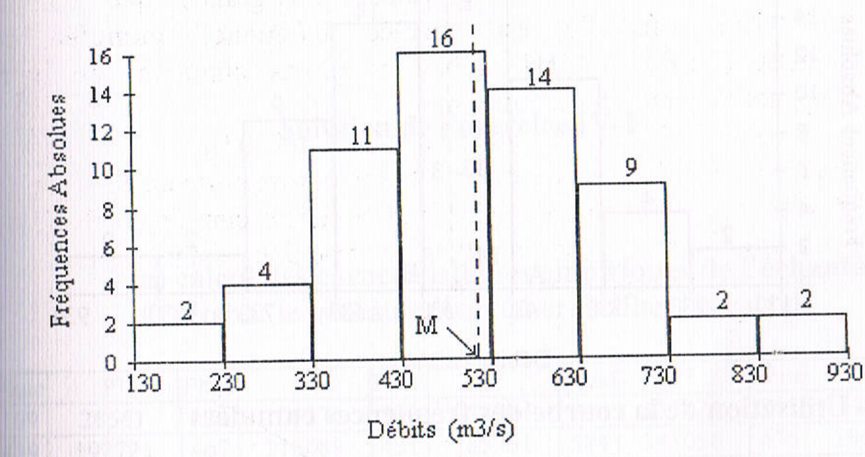
$$M = 430 + \left(\frac{30-17}{16}\right) \times 100 = 430 + \left(\frac{13}{16}\right) \times 100 = 430 + 81{,}25 = 511{,}25 m^3 / s$$

On vérifie que c'est bien la médiane c'est-à-dire:

moitié de gauche = moitié de droite

2 x 100 + 4 x 100 +11 x 100 + 16 x (511,25 - 430) =
16 x (530 - 511,25) + 14 x 100 + 9 x 100 + 2 x 100 + 2 x 100
donc : 200 + 400 + 1100 + 1300 = 300 + 1400 + 900 + 400
3 000 = 3 000

l'égalité est vérifiée.



2 - par interpolation: la pluie médiane est la pluie qui partage l'effectif total en 2 parties égales, c'est-à-dire que les effectifs ou le nombre de pluies de part et d'autre de la médiane sont égaux, dans notre cas ils sont égaux à 60/2=30.

La somme des fréquences des 3 premières classes est 2 + 4 + 11 = 17, pour arriver à 30 il faut ajouter 13 des 16 pluies de la 4ième classe (430-530) donc:

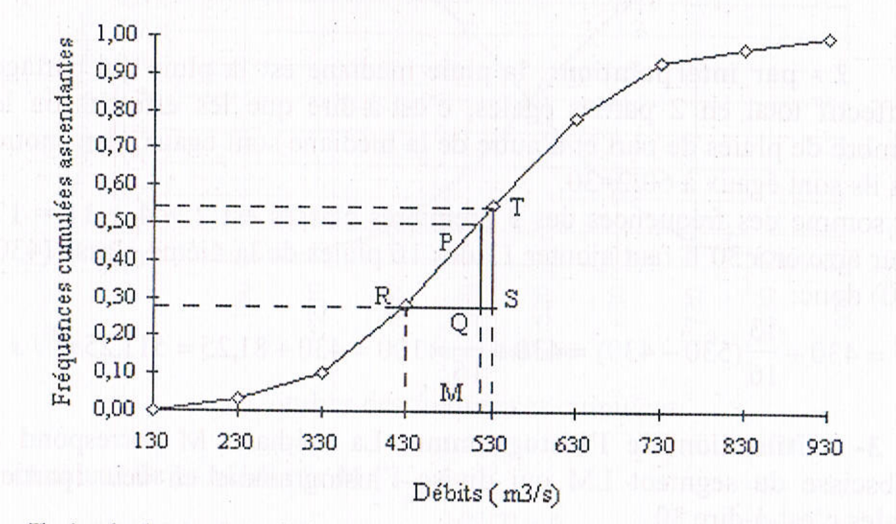
$$M = 430 + \frac{13}{16}(530 - 430) = 430 + \frac{13}{16} \times 100 = 430 + 81{,}25 = 511{,}25 m^3 / s$$

3- Utilisation de l'histogramme: La médiane M correspond à l'abscisse du segment LM qui divise l'histogramme en deux parties égales c'est-à-dire 30

donc ADLM = 13 et MLEB = 3

d'où AM = (13/16) x AB = (13/16) x 100 = 81,25

d'où OM = 430 + 81,25 = 511,25 m^3/s



4 - Utilisation de la courbe des fréquences cumulées

Il s'agit de trouver l'abscisse M du point P en utilisant la similitude entre les deux triangles PRS et TRS:

RQ / RS = PQ / TS = RQ / 100

RQ / 100 = (50 % - 28 %) / (55 % - 28 %) = 22 / 27

d'où RQ = (22 / 27) x 100 = 81,48

et OM = 430 + 81,48 = 511,48 m^3/s

Solution de l'exercice IV-1

a) calcul des caractéristiques empiriques de l'échantillon :
On établit le tableau suivant pour faciliter les calculs :

Pluie	P²	Pluie	P²	Pluie	P²	Pluie	P²	Pluie	P²
169	28561	326	106276	502	252004	368	135424	241	58081
439	192721	467	218089	431	185761	584	341056	436	190096
615	378225	527	277729	382	145924	343	117649	449	201601
723	522729	419	175561	454	206116	696	484416	470	220900
691	477481	350	122500	561	314721	602	362404	277	76729
680	462400	657	431649	546	298116	529	279841	349	121801
703	494209	650	422500	374	139876	662	438244	625	390625
521	271441	505	255025	523	273529	475	225625	418	174724
527	277729	649	421201	559	312481	439	192721	572	327184
458	209764	512	262144	837	700569	622	386884	865	748225

On trouve : $\Sigma Pi = 31\,275$ et $\Sigma Pi^2 = 17\,383\,783$

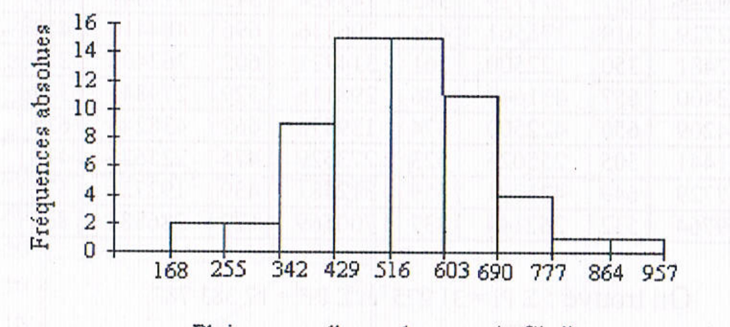
$$\text{moyenne } \bar{P} = \frac{\sum P_i}{N} = \frac{31\,275}{60} = 521{,}25\text{mm} \;;$$

$$\text{écart-type} = s = \sqrt{\frac{\sum (P_i^2) - N\bar{P}^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{17\,383\,783 - 60 \times (31275)^2}{60-1}} = 135{,}40\text{mm} \;;$$

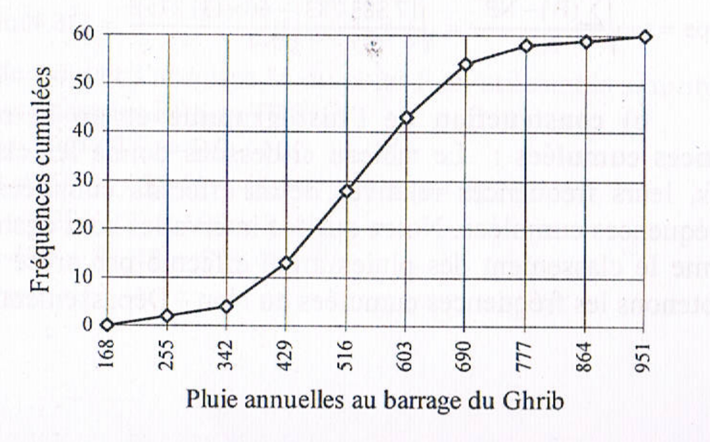
b) construction de l'histogramme et de la courbe des fréquences cumulées : Le tableau ci-dessous donne les classes, leurs effectifs, leurs fréquences relatives, leurs effectifs cumulées ainsi que leurs fréquences cumulées. Notez que les intervalles sont égaux à 87 mm et comme le classement des pluies a été effectué par ordre décroissant nous obtenons les fréquences cumulées au Non - Dépassement (FND)

Classes	Effectifs	Fréquences Relatives	Effectifs Cumulés	Fréquences Cumulées
168≤x<255	2	0,03	2	0,03
255≤x<342	2	0,03	4	0,07
342≤x<429	9	0,15	13	0,22
429≤x<516	15	0,25	28	0,47
516≤x<603	15	0,25	43	0,72
603≤x<690	11	0,18	54	0,90
690≤x<777	4	0,07	58	0,97
777≤x<864	1	0,02	59	0,98
864≤x<951	1	0,02	60	1,00

L'histogramme et la courbe des fréquences cumulées sont tracés en utilisant les données du tableau ci-dessus :



Histogramme

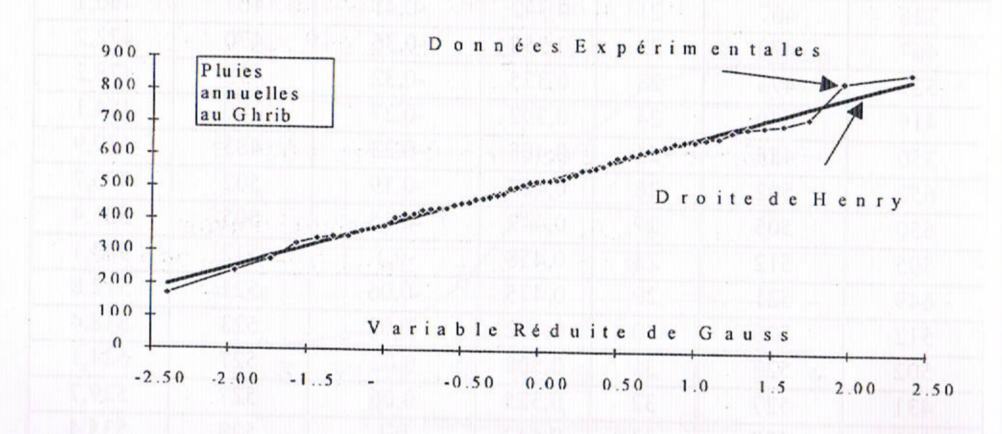


Courbe des fréquences cumulées

c) ajustement d'une loi normale à notre échantillon :

Ajustement d'une Loi Normale ou Loi de Laplace Gauss aux Pluies Annuelles au Barrage du Ghrib						
Valeurs départ	Valeurs classées	Ordre	Fréq. expér.	Variables réduites	Valeurs expér.	Valeurs théor.
607	169	1	0,008	-2,39	169	197
407	241	2	0,025	-1,96	241	255,8
567	277	3	0,042	-1,73	277	286,7
645	326	4	0,058	-1,57	326	308,8
480	343	5	0,075	-1,44	343	326,3
634	349	6	0,092	-1,33	349	341,1
542	350	7	0,108	-1,24	350	353,9
485	368	8	0,125	-1,15	368	365,5
531	374	9	0,142	-1,07	374	376
598	382	10	0,158	-1	382	385,7
169	407	11	0,175	-0,93	407	394,7
439	418	12	0,192	-0,87	418	403,2
615	419	13	0,208	-0,81	419	411,3
723	431	14	0,225	-0,76	431	419
691	436	15	0,242	-0,7	436	426,4
680	439	16	0,258	-0,65	439	433,5
703	439	17	0,275	-0,6	439	440,4
521	449	18	0,292	-0,55	449	447
527	454	19	0,308	-0,5	454	453,5
458	458	20	0,325	-0,45	458	459,9
326	467	21	0,342	-0,41	467	466,1
467	470	22	0,358	-0,36	470	472,2
527	475	23	0,375	-0,32	475	478,2
419	480	24	0,392	-0,27	480	484,1
350	485	25	0,408	-0,23	485	489,9
657	502	26	0,425	-0,19	502	495,7
650	505	27	0,442	-0,15	505	501,4
505	512	28	0,458	-0,1	512	507,1
649	521	29	0,475	-0,06	521	512,8
512	523	30	0,492	-0,02	523	518,4
502	527	31	0,508	0,02	527	524,1
431	527	32	0,525	0,06	527	529,7
382	529	33	0,542	0,1	529	535,4
454	531	34	0,558	0,15	531	541,1
561	542	35	0,575	0,19	542	546,8

546	546	36	0,592	0,23	546	552,6
374	559	37	0,608	0,27	559	558,4
523	561	38	0,625	0,32	561	564,3
559	567	39	0,642	0,36	567	570,3
837	572	40	0,658	0,41	572	576,4
368	584	41	0,675	0,45	584	582,6
584	598	42	0,692	0,5	598	589
343	602	43	0,708	0,55	602	595,5
696	607	44	0,725	0,6	607	602,1
602	615	45	0,742	0,65	615	609
529	622	46	0,758	0,7	622	616,1
662	625	47	0,775	0,76	625	623,5
475	634	48	0,792	0,81	634	631,2
439	645	49	0,808	0,87	645	639,3
622	649	50	0,825	0,93	649	647,8
241	650	51	0,842	1	650	656,8
436	657	52	0,858	1,07	657	666,5
449	662	53	0,875	1,15	662	677
470	680	54	0,892	1,24	680	688,6
277	691	55	0,908	1,33	691	701,4
349	696	56	0,925	1,44	696	716,2
625	703	57	0,942	1,57	703	733,7
418	723	58	0,958	1,73	723	755,8
572	837	59	0,975	1,96	837	786,7
865	865	60	0,992	2,39	865	845,5

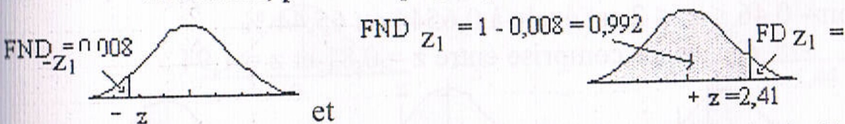


Le tableau ci-dessus indique : les valeurs des pluie annuelles de départ, c'est-à-dire telles que l'on mesurées sur le terrain, les pluies

annuelles classées, le numéro d'ordre des valeurs classées, les fréquences expérimentales au non-dépassement (FND), les variables réduites correspondantes aux valeurs des pluies : $z_i = (p_i - p_{moy}) / s$, les pluies annuelles de départ et enfin les pluies théoriques.

Les pluies théoriques sont les pluies qui ont une fréquences théorique égale à la fréquence expérimentale calculée précédemment. A partir de cette fréquence on tire la variable réduite théorique en utilisant la table de Gauss. Ensuite, en utilisant l'équation de Henry, on calcule la pluie théorique.

Calculons, par exemple, la pluie théorique P_{t1} :



nous avons $FND_1 = 0{,}008$, pour trouver z_1 on utilise la table de Gauss et la figure ci-dessus, on trouve $z_1 = -2{,}41$.

On sait que $P_1 = P_{moy} + z_1 s = 521{,}25 - 2{,}41 \times 135{,}40 = 195$ mm (la différence avec 197 mm donné dans le tableau provient du fait que l'ordinateur est plus précis).

Les pluies théoriques s'alignent sur et forment la droite de Henry dans le graphique.

Solution de l'exercice IV-2

IV - 2 a) surface comprise entre $z = 0$ et $z = 1{,}2$:

S = 0,3849 (0 ; 1,2 ; z)

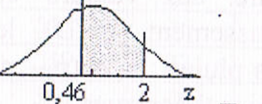
En d'autres termes la probabilité d'avoir $0 \le z \le 1{,}2$ est égale à 0,3849 ou 38,49 %

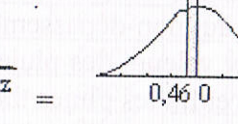
b) surface comprise entre $z = -0{,}68$ et $z = 0$:

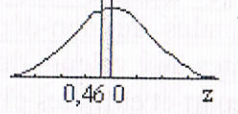
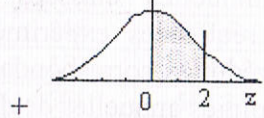
S = 0,2517 (- 0,68 ; 0 ; z)

c'est-à-dire que la probabilité d'avoir $-0{,}68 \le z \le 0$ est égale à 0,2517 ou 25,17 %

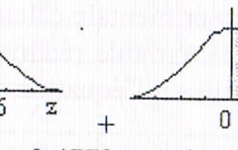
c) surface comprise entre $z = -0{,}46$ et $z = 2$:



=


+



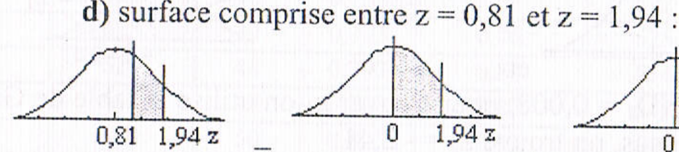
=

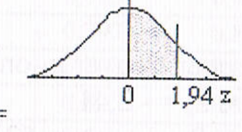


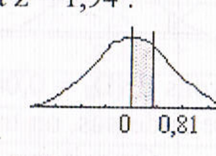
+

d'où S = 0,1772 + 0,4772 = 0,6544 . C'est-à-dire que la probabilité d'avoir - 0,46 ≤ z ≤ 2 est égale à 0,6544 ou 65,44 %

d) surface comprise entre z = 0,81 et z = 1,94 :



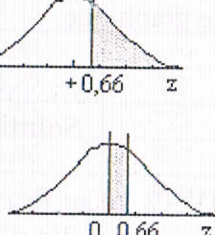
=


-


d'où S = 0,4738 - 0,291 = 0,1828. C'est-à-dire que la probabilité d'avoir 0,81 ≤ z ≤ 1,94 est égale à 0,1828 ou 18,28 %

e) surface située à gauche de z = - 0,66 :



=


=

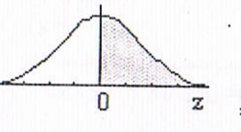
-

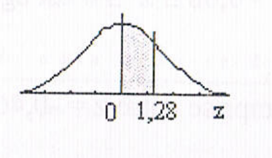
d'où S = 0,5 - 0,2454 = 0,2546. C'est-à-dire que la probabilité d'avoir z ≤ - 0,66 est égale à 0,2546 ou 25,46 %

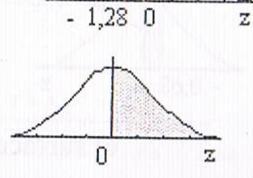
f) surface située à droite de z = - 1,28 :

=

+

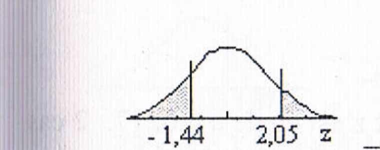


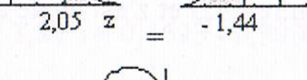
=


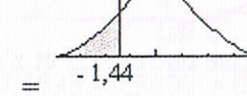
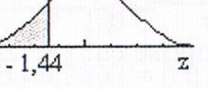
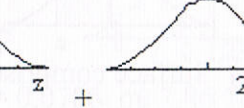
+


d'où S = 0,3997 + 0,5 = 0,8997. C'est-à-dire que la probabilité d'avoir z ≥ - 1,28 est égale à 0,8997 ou 89,97 %

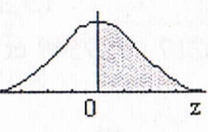
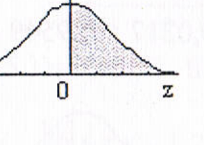
g) Surface à droite de z = 2,05 et à gauche de z = - 1,44

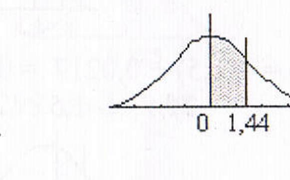


=


+




=

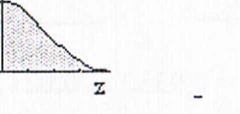



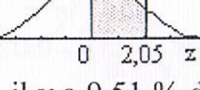
+


=

-

+

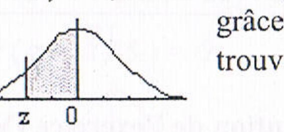


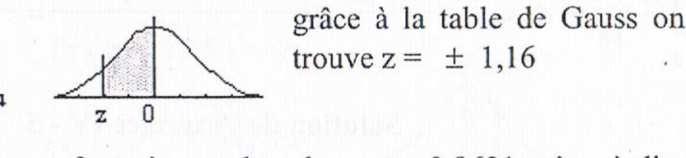
-


S = 0,5 - 0,4251 + 0,5 - 0,4798 = 0,0951. Donc il y a 9,51 % de chance pour que z ≤ - 1,44 et z ≥ 2,05

Solution de l'exercice IV-3

IV - 3 a) La surface comprise entre 0 et z est égale à 0,3770 c'est-à-dire Prob { 0 ≤ x ≤ z } = 0,3770. on a 2 possibilités:

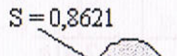


ou


grâce à la table de Gauss on trouve z = ± 1,16

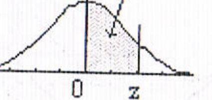
b) La surface à gauche de z = 0,8621 c'est-à-dire Prob {x ≤ z } = 0,8621.

1) la table de Gauss de - ∞ à z on lit directement z = 1,09



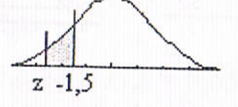
2) la table de Gauss de 0 à z donne aussi = 1,09

S = 0,8621 - 0,5 = 0,321



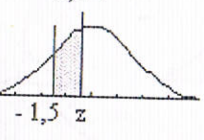
c) Surface comprise entre - 1,5 et z est égale à 0,0217. 2 cas existent:

1) $z < -1,5$:

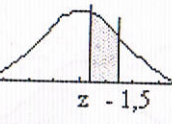


$F(z) = F(1,5) + 0,0217 = 0,9332 + 0,0217 = 0,9549$ et $z = -1,69$

2) $z > -1,5$:



=



d'où $F(z) = F(1,5) - 0,0217 = 0,9332 - 0,0217 = 0,9115$ et $z = -1,35$

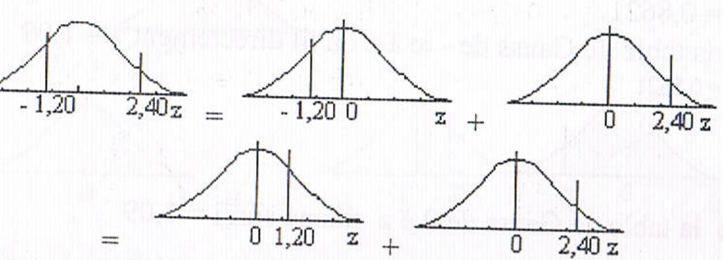
SOLUTION DE L'EXERCICE IV - 4

IV - 4 Pour qu'une fonction f(x) soit une fonction de densité de probabilité (f.d.p.) il faut que l'on ait : $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ c'est à dire :

$$\int_2^4 \frac{(3+2x)}{18}dx = \frac{3x+2x^2/2}{18} = \frac{12+32/2-6-8/2}{18} = \frac{28-10}{18} = 1$$

Solution de l'exercice IV - 5

IV - 5-a-1

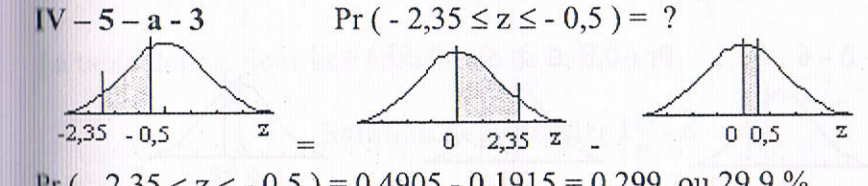


$Pr(-1,20 < z < 2,40) = 0,3849 + 0,4918 = 0,8767$ ou 87,67 %

IV – 5 - a - 2 $Pr(1,23 < z < 1,87) = ?$

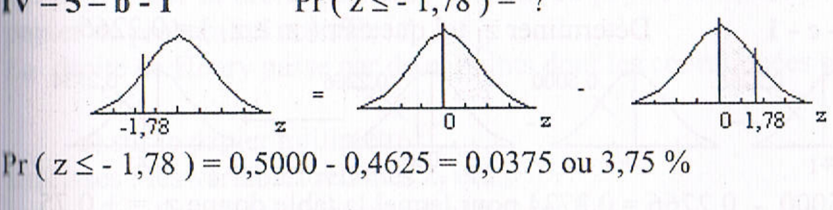
$Pr(1,23 < z < 1,87) = 0,4693 - 0,3907 = 0,0786$ ou 7,86 %

IV – 5 – a - 3 $Pr(-2,35 \leq z \leq -0,5) = ?$



$Pr(-2,35 < z < -0,5) = 0,4905 - 0,1915 = 0,299$ ou 29,9 %

IV – 5 – b - 1 $Pr(z \leq -1,78) = ?$

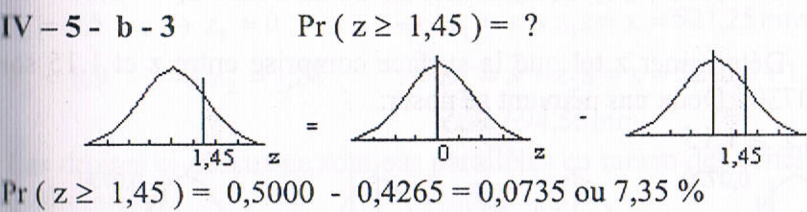


$Pr(z \leq -1,78) = 0,5000 - 0,4625 = 0,0375$ ou 3,75 %

IV – 5 – b - 2 $Pr(z \leq -0,56) = ?$

$Pr(z \leq -0,56) = 0,5000 + 0,2123 = 0,7123$ ou 71,23 %

IV – 5 - b - 3 $Pr(z \geq 1,45) = ?$

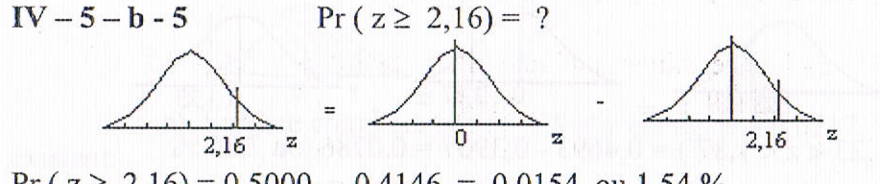


$Pr(z \geq 1,45) = 0,5000 - 0,4265 = 0,0735$ ou 7,35 %

IV – 5 – b - 4 $Pr(z \leq -2,52$ et $z \geq 1,83) = ?$

$Pr(z \leq -2,52$ et $z \geq 1,83) = 0,5000 - 0,4981 + 0,5000 - 0,4664 = 0,0355$ ou 3,55 %

IV – 5 – b - 5 Pr (z ≥ 2,16) = ?

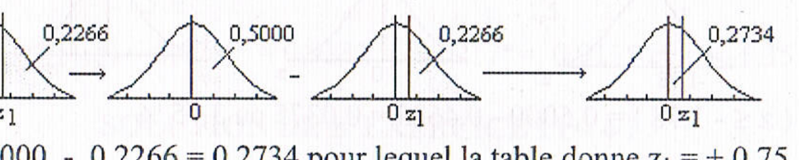


Pr (z ≥ 2,16) = 0,5000 - 0,4146 = 0,0154 ou 1,54 %

IV – 5 – b - 6 Pr (0,8 ≤ z ≤ - 1,53) = ?

Pr (0,8 ≤ z ≤ - 1,53) = 0,437 - 0,2881 = 0,1489 ou 14,89 %

IV – 5 – c - 1 Déterminer z_1 tel que : Pr (z ≥ z_1) = 0,2266



on a 0,5000 - 0,2266 = 0,2734 pour lequel la table donne z_1 = + 0,75

IV – 5 – c – 2 Déterminer z_1 tel que : Pr (z ≤ z_1) = 0,0314

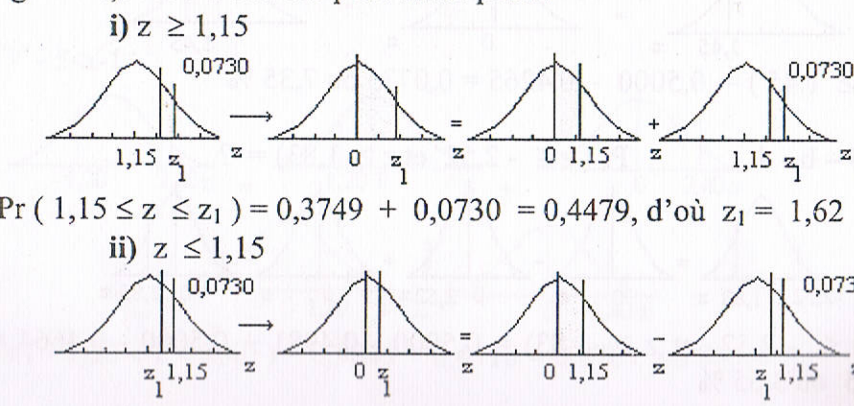
on a : 0,5000 - 0,0314 = 0,4686 La table de Gauss donne z_1 = - 1,86

III-5-c-3 Déterminer z tel que la surface comprise entre z et 1,15 soit égale à 0,0730. Deux cas peuvent se poser:

i) z ≥ 1,15

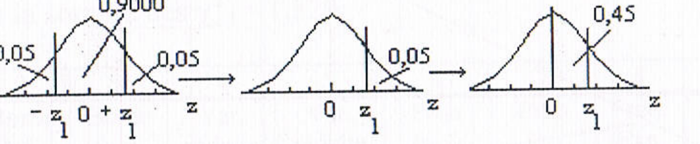
Pr (1,15 ≤ z ≤ z_1) = 0,3749 + 0,0730 = 0,4479, d'où z_1 = 1,62

ii) z ≤ 1,15



Pr (z_1 ≤ z ≤ 1,15) = 0,3749 - 0,0730 = 0,3019, d'où z_1 = 0,85

IV – 5 – c - 4 Déterminer z_1 tel que : Pr (- z_1 ≤ z ≤ + z_1) = 0,9



La table donne, pour une probabilité de 0,45, z_1 = ± 1,64.

Solution de l'exercice IV - 6

IV – 6 - a Nous savons que $\overline{P}$ = 521,25 mm et que s =135,40mm.

On peut tracer la droite de Henry soit sur du papier millimétré ou sur du papier de probabilité normale.

La droite de Henry passe par deux points dont les coordonnées sont:

a) sur le papier millimétré :

abscisses : les variables réduites z_1 et z_2 ;

ordonnées : les pluies correspondantes P_1 et P_2.

b) sur le papier de probabilité normale :

abscisses : les fréquences F_1 et F_2;

ordonnées : les pluies correspondantes P_1 et P_2.

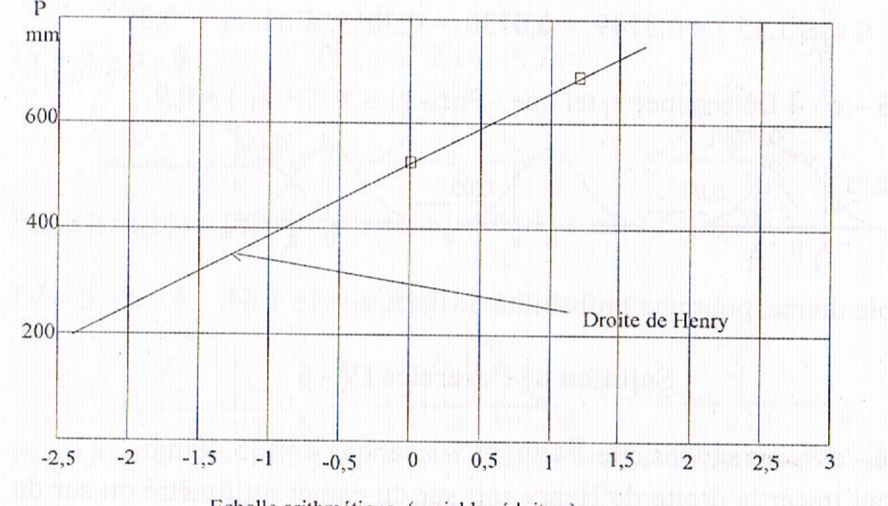
On prend arbitrairement F_1 = 0,5 et F_2 = 0,9. On a :

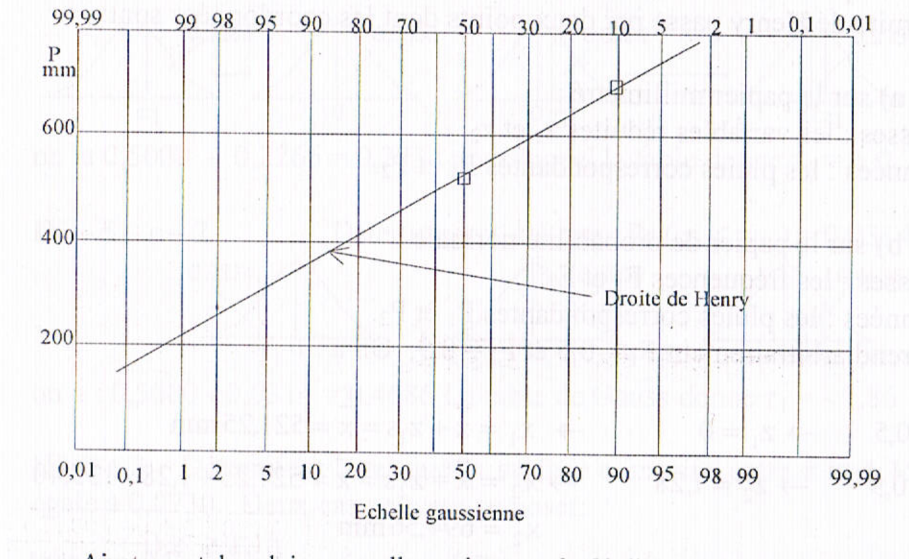
$F_1 = 0,5 \quad \rightarrow z_1 = 0 \quad \rightarrow x_1 = \overline{x} + z_1 s = \overline{x} = 521,25\,mm$

$F_2 = 0,9 \quad \rightarrow z_2 = 1,28 \quad \rightarrow x_2 = \overline{x} + z_2 s = \overline{x} = 521,25 + 1,28 \times 135,40$

$x_2 = 694,56\,mm$

Les droites ci-dessus ne sont pas parallèles en raison des échelles qui sont différentes.





Ajustement des pluies annuelles au barrage du Ghrib à une loi normale

IV – 6 - b On établit le tableau ci-dessous :

La 1ère colonne donne le numéro de la classe. La 2ième et la 3ième colonnes donnent les bornes inférieures et les bornes supérieures des classes. La 4ième et la 5ième colonnes donnent les variables réduites correspondantes à ces bornes. La 6ième et la 7ième colonnes donnent les probabilités au non-dépassement relatives aux bornes respectives, que l'on trouve en utilisant la table de Gauss. La 8ième colonne indique la fréquence expérimentale de chaque classe. La 9ième colonne indique la

fréquence théorique de chaque classe $f_{ti} = N(FND_i - FND_{i-1})$. La 10ième colonne indique la valeur du $\chi^2_i = \dfrac{(f_{oi} - f_{ti})^2}{f_{ti}}$ pour chaque classe. On trouve la somme des $\chi^2_i = 1{,}329$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N°	Borne Inf.	Borne Sup.	Var. réduite	Var. réduite	Prob (x_{i-1})	Prob (x_i)	Fréq. Exp.	Fréq. Théor.	Khi-Deux
i	x_{i-1}	x_i	z_{i-1}	z_i	FND_{i-1}	FND_i	f_{oi}	f_{ti}	χ^2
1	- ∞	369	- ∞	- 0,93	0	0,1515	8	9,09	0,131
2	369	450	- 0,93	- 0,53	0,1515	0,2981	10	8,80	0,164
3	450	510	- 0,53	- 0,08	0,2981	0,4681	9	10,2	0,141
4	510	545	- 0,08	0,18	0,4681	0,5714	8	6,20	0,523
5	545	600	0,18	0,58	0,5714	0,7157	7	8,66	0,318
6	600	648	0,58	0,94	0,7157	0,8264	7	6,64	0,020
7	648	+ ∞	0,94	+ ∞	0,8264	1	11	10,42	0,032
								χ =	1,329

On cherche maintenant le $\chi^2_{v;\alpha}$ avec :
$\alpha = 0{,}90$
et v = nombre de degrés de liberté = k - 1 - r = 4 où k = nombre de classes = 7, r = 2 = nombre de paramètres qui déterminent la loi normale.
La table du χ^2 donne $\chi^2_{4;0,90} = 7{,}78$.
Comme le χ^2 calculé est plus petit que celui donné par la table, on accepte donc l'hypothèse qu'une loi normale ayant une moyenne égale à 521,25 et un écart-type égal à 135,40 représente notre échantillon.

Solution de l'exercice IV - 7

IV - 7 On commence par calculer la moyenne et l'écart-type de notre échantillon :

Moyenne: $\sum Q_i = 290$ → $\overline{Q} = \dfrac{290}{9} = 32{,}22$ m3/s

écart-type : $s=\sqrt{\dfrac{\sum(Q_i-\overline{Q})^2}{N-1}} = 11{,}60$ m3/s

Le détail des calculs est présenté dans le tableau ci-dessous :

Qi	Qi - $\overline{Q}$	(Qi - $\overline{Q}$)²	Qi	Qi - $\overline{Q}$	(Qi - $\overline{Q}$)²
45,3	45,30	2052,09	19,9	19,90	396,01
27,5	27,50	756,25	22,7	22,70	515,29
16,9	16,90	285,61	50	50,00	2500,00
41,1	41,10	1689,21	35,4	35,40	1253,16
31,2	31,20	973,44	Σ = 290		Σ = 10421,06
$\overline{Q}$ = 32,22		s = 11,60			

IV – 7 - a $Q_i = 42{,}5\ m^3/s$

d'où $z_i = \frac{42{,}5 - 32{,}22}{11{,}60} = 0{,}89$

la table de Gauss donne pour $z_i = 0{,}89$
une FND = 0,8133 ou 81,33 %.

IV – 7 - b La période de retour T est définie ainsi T = 1/FD et FD = 1-FND.
FD = 0,1867 → T = 5,36 ans.

IV – 3 - c T = 20 ans → FD=1/T=0,05
FND = 1 - FD = 0,95, la table donne $z_{0,95} = 1{,}64$
$Q_{0,95} = \overline{Q} + z_{0,95} s = 32{,}22 + 1{,}64 \times 11{,}60 = 51{,}23\ m^3/s$

Solution de l'exercice IV – 8

IV – 8 - a) on sait que $z = \frac{x - \overline{x}}{s}$, d'où les variables réduites successives sont les suivantes :

$$z_1 = \frac{1500 - 1200}{156} = 1{,}92; \quad z_2 = \frac{450 - 1200}{156} = -4{,}81;$$

$$z_3 = \frac{750 - 1200}{156} = -2{,}88; \quad z_4 = \frac{1200 - 1200}{156} = 0$$

IV – 8 - b)

$P_i = \overline{P} + z_i s$; d'où : $P_1 = 1200 - 0{,}08 \times 156 = 1187{,}52\ mm$

$P_2 = 1200 - 0{,}63 \times 156 = 1101{,}72\ mm$; $P_3 = 1200 - 0{,}89 \times 156 = 1061{,}16\ mm$

$P_4 = 1200 - 1{,}5 \times 156 = 966\ mm$; $P_5 = 1200 - 2{,}7 \times 156 = 778{,}8\ mm$

$P_6 = 1200 - 3{,}05 \times 156 = 724{,}2\ mm$; $P_7 = 1200 - 0 = 1200\ mm$

$P_8 = 1200 + 0{,}08 \times 156 = 1212{,}48\ mm$; $P_9 = 1200 + 0{,}63 \times 156 = 1298{,}28\ mm$

$P_{10} = 1200 + 0{,}89 \times 156 = 1338{,}84\ mm$; $P_{11} = 1200 + 1{,}5 \times 156 = 1434\ mm$

$P_{12} = 1200 + 2{,}7 \times 156 = 1621{,}2\ mm$; $P_{13} = 1200 + 3{,}05 \times 156 = 1675{,}8\ mm$

Solution de l'exercice IV - 9

IV – 9 - a) On calcule la variable réduite correspondant à P = 740 mm : $z = \frac{P_i - \overline{P}}{s} = \frac{740 - 680}{30} = 2$. La table de Gauss donne pour z = 2 une FND = 0,9772 d'où la FD = 1- FND = 0,0228
donc Prob (P = 740 mm) = 2,28 %

IV – 9 - b) On calcule la variable réduite correspondant à P = 560 mm : $z = \frac{P_i - \overline{P}}{s} = \frac{650 - 680}{30} = -1$. La table de Gauss donne pour z = -1 une FND = 1- 0,8413 = 0,1587
donc Prob (P = 650 mm) = 15,87 %.

IV – 9 - c) Prob (650 mm < P < 740 mm) = 1 - (0,1587 + 0,0228) = 0,8185 ou 81,85 %

Solution de l'exercice IV – 10

La procédure est exposée dans le tableau suivant:
- Les colonnes 1 et 2 indiquent respectivement le numéro d'ordre i = 1, 2, 3,....60 et les données pluviométriques triées par ordre croissant ;
- Dans la colonne 3 on a calculé la fréquence au non-dépassement expérimentale: FND = (i - 0,5) / N, (N = 60) ;
- La colonne 4 indique la variable réduite $z_i = (P_i - P_{moy})/s$, ainsi z_{52} = (657 - 521,25) / 135,40 = 1,00 ;

- La colonne 5 donne la FND théorique tirée à partir de la table de Gauss pour chaque valeur de pluie ;

- La colonne 6 indique la différence $D_N = | F_N(x) - F(x) |$.

On cherche alors dans la colonne 6 la valeur D_{Max}. On trouve ainsi $D_{Max} = 0,03175$ correspondant à $P_{57} = 703$ mm.

On compare ensuite D_{Max} avec l'écart critique théorique d_n. La table de Kolmogorov-Smirnov donne pour N = 60 et un degré de signification $\alpha = 0,10$, c'est-à-dire pour une PND = $1 - \alpha = 0,90$, $d_n = 0,15511$. Donc:

$$D_{Max} = 0,03175 < d_n = 0,15511$$

Comme $D_{Max} < d_n$, on accepte l'hypothèse qu'une loi normale ayant pour moyenne 521,25 mm et un écart type 135,40 mm peut représenter les pluies maximales à Bouira.

1 Ordre n	2 Pluies classées	3 Fréq. expér.	4 z exp.	5 Freq théor.	6 Diff abs,
1	169	0,008	-2,60	0,005	0,00336
2	241	0,025	-2,07	0,019	0,00576
3	277	0,042	-1,80	0,036	0,00638
4	326	0,058	-1,44	0,075	0,01665
5	343	0,075	-1,32	0,094	0,01901
6	349	0,092	-1,27	0,102	0,00966
7	350	0,108	-1,26	0,103	0,00502
8	368	0,125	-1,13	0,129	0,00385
9	374	0,142	-1,09	0,138	0,00360
10	382	0,158	-1,03	0,152	0,00613
11	407	0,175	-0,84	0,199	0,02439
12	418	0,192	-0,76	0,223	0,03086
13	419	0,208	-0,76	0,225	0,01707
14	431	0,225	-0,67	0,253	0,02753
15	436	0,242	-0,63	0,264	0,02247
16	439	0,258	-0,61	0,272	0,01377
17	439	0,275	-0,61	0,272	0,00323
18	449	0,292	-0,53	0,297	0,00481
19	454	0,308	-0,50	0,310	0,00171
20	458	0,325	-0,47	0,320	0,00480
21	467	0,342	-0,40	0,344	0,00233
22	470	0,358	-0,38	0,353	0,00547
23	475	0,375	-0,34	0,366	0,00867
24	480	0,392	-0,30	0,380	0,01168
25	485	0,408	-0,27	0,394	0,01354
26	502	0,425	-0,14	0,443	0,01847
27	505	0,442	-0,12	0,452	0,01024
28	512	0,458	-0,07	0,473	0,01477
29	521	0,475	0,00	0,499	0,02426
30	523	0,492	0,01	0,505	0,01316
31	527	0,508	0,04	0,517	0,00894
32	527	0,525	0,04	0,517	0,00806
33	529	0,542	0,06	0,523	0,01918
34	531	0,558	0,07	0,529	0,02930
35	542	0,575	0,15	0,561	0,01410
36	546	0,592	0,18	0,573	0,01948
37	559	0,608	0,28	0,610	0,00180
38	561	0,625	0,29	0,615	0,00954
39	567	0,642	0,34	0,632	0,00972
40	572	0,658	0,37	0,646	0,01190
41	584	0,675	0,46	0,678	0,00348
42	598	0,692	0,57	0,715	0,02259
43	602	0,708	0,60	0,725	0,01654
44	607	0,725	0,63	0,737	0,01173
45	615	0,742	0,69	0,756	0,01365
46	622	0,758	0,74	0,772	0,01359
47	625	0,775	0,77	0,778	0,00324
48	634	0,792	0,83	0,797	0,00550
49	645	0,808	0,91	0,820	0,01163
50	649	0,825	0,94	0,827	0,00229
51	650	0,842	0,95	0,829	0,01283
52	657	0,858	1,00	0,842	0,01603
53	662	0,875	1,04	0,851	0,02428
54	680	0,892	1,17	0,879	0,01251
55	691	0,908	1,25	0,895	0,01298
56	696	0,925	1,29	0,902	0,02342
57	703	0,942	1,34	0,910	**0,03175**
58	723	0,958	1,49	0,932	0,02611
59	837	0,975	2,33	0,990	0,01515
60	865	0,992	2,54	0,994	0,00244

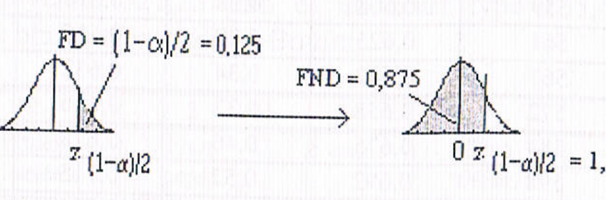
Solution de l'exercice IV – 11

IV – 11 - a) Intervalles de confiance (IC) à 75 et 95 % de la moyenne et de l'écart-type:

a-1 : IC à 75% de la moyenne:

$\overline{P} = 521{,}25\ mm$ et $s = 135{,}40\ mm$ et $\overline{P} - z_{\frac{1-\alpha}{2}} \dfrac{s}{\sqrt{N}} < \overline{P} < \overline{P} + z_{\frac{1-\alpha}{2}} \dfrac{s}{\sqrt{N}}$

$$\alpha = 75\% \rightarrow 1-\alpha = 0{,}25 \rightarrow \frac{1-\alpha}{2} = 0{,}125$$



FND = 0,875 d'où z = 1,15 et :

$$521{,}25 - 1{,}15 \times \frac{135{,}40}{\sqrt{60}} < \overline{P} < 521{,}25 + 1{,}15 \times \frac{135{,}40}{\sqrt{60}}$$

$$501{,}14\ mm < \overline{P} < 541{,}35\ mm$$

a-2 : IC à 75% de l'écart-type :

$$s - z_{\frac{1-\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{2N}} < \hat{s} < s + z_{\frac{1-\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{2N}}$$

$$135{,}40 - 1{,}15 \times \frac{135{,}40}{\sqrt{2 \times 60}} < \hat{s} < 135{,}40 + 1{,}15 \times \frac{135{,}40}{\sqrt{2 \times 60}}$$

$$121{,}19\ mm < \hat{s} < 149{,}61\ mm$$

a - 3 : IC à 95 % de la moyenne :

$$\alpha = 95\% \rightarrow 1-\alpha = 0{,}05 \rightarrow \frac{1-\alpha}{2} = 0{,}025$$

FD = (1-α)/2 = 0,025
FND = 0,975
z (1-α)/2
0 z (1-α)/2 = 1,96

FND = 0,975 d'où z = 1,96

$$521{,}25 - 1{,}96 \times \frac{135{,}40}{\sqrt{60}} < \overline{P} < 521{,}25 + 1{,}96 \times \frac{135{,}40}{\sqrt{60}}$$

$$486{,}99\ mm < \overline{P} < 563{,}26\ mm$$

a - 4 : IC à 95 % de l'écart-type :

$$135{,}40 - 1{,}96 \times \frac{135{,}40}{\sqrt{2 \times 60}} < \hat{s} < 135{,}40 + 1{,}96 \times \frac{135{,}40}{\sqrt{2 \times 60}}$$

$$111{,}17\ mm < \hat{s} < 159{,}63\ mm$$

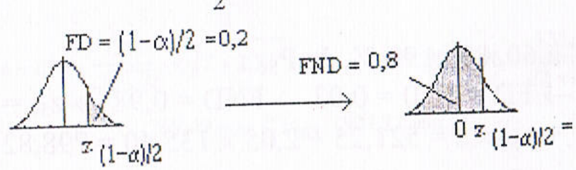
IV – 11 – b - 1 : IC à 60, 80 et 95 % de P_{2ans} :

T = 2ans → FD = ½ = 0,5 = FND → $z_2 = 0$

$P_2 = \overline{P} + z_{10} \times s = 521{,}25 + 0 \times 135{,}40 = 521{,}25\ mm = \overline{P}$

- IC à 60 % :

$$\alpha = 0{,}6 \rightarrow 1-\alpha = 0{,}4 \rightarrow \frac{1-\alpha}{2} = 0{,}2 = FD \rightarrow FND = 0{,}8 \rightarrow z = 0{,}84$$



$$\overline{P} - z_{\frac{1-\alpha}{2}} \times \frac{s}{\sqrt{N}} \times \sqrt{2 + z_p} < \hat{P}_2 < \overline{P} + z_{\frac{1-\alpha}{2}} \times \frac{s}{\sqrt{N}} \times \sqrt{2 + z_p}$$

$$521{,}25 - 0{,}84 \times \frac{135{,}4}{\sqrt{2 \times 60}} \times \sqrt{2+0} < \hat{P}_2 < 521{,}25 + 0{,}84 \times \frac{135{,}4}{\sqrt{2 \times 60}} \times \sqrt{2+0}$$

$$506{,}57\ mm < \hat{P}_2 < 535{,}93\ mm$$

- IC à 80 % :

$$\alpha = 0{,}8 \rightarrow 1-\alpha = 0{,}2 \rightarrow \frac{1-\alpha}{2} = 0{,}1 = FD \rightarrow FND = 0{,}9 \rightarrow z = 1{,}28$$

$$521{,}25 - 1{,}28 \times \frac{135{,}4}{\sqrt{2 \times 60}} \times \sqrt{2+0} < \hat{P}_2 < 521{,}25 + 1{,}28 \times \frac{135{,}4}{\sqrt{2 \times 60}} \times \sqrt{2+0}$$

$$498{,}88\ mm < \hat{P}_2 < 543{,}62\ mm$$

- IC à 95 % : déjà calculé au a-3

b – 2 IC à 60, 80 et 95 % de P_{10} :

T = 10 → FD = 1/10 = 0,1 → FND = 0,9 → $z_{10} = 1{,}28$

$P_{10} = \overline{P} + z_{10} \times s = 521{,}25 + 1{,}28 \times 135{,}40 = 694{,}52$ mm

- **IC à 60 % :** $z_{\frac{1-\alpha}{2}} = 0,84$ déjà trouvé

$$694,52-0,84\times\frac{135,4}{\sqrt{2\times 60}}\times\sqrt{2+1,28^2} < \hat{P}_{10} < 694,52+0,84\times\frac{135,4}{\sqrt{2\times 60}}\times\sqrt{2+1,28^2}$$

$$674,69\ mm < \hat{P}_{10} < 714,35\ mm$$

- **IC à 80 % :** $z_{\frac{1-\alpha}{2}} = 1,28$;

$$694,52-1,28\times\frac{135,4}{\sqrt{2\times 60}}\times\sqrt{2+1,28^2} < \hat{P}_{10} < 694,52+1,28\times\frac{135,4}{\sqrt{2\times 60}}\times\sqrt{2+1,28^2}$$

$$664,30\ mm < \hat{P}_{10} < 724,74\ mm$$

- **IC à 95 % :** $z_{\frac{1-\alpha}{2}} = 1,96$;

$$694,52-1,96\times\frac{135,4}{\sqrt{2\times 60}}\times\sqrt{2+1,28^2} < \hat{P}_{10} < 694,52+1,96\times\frac{135,4}{\sqrt{2\times 60}}\times\sqrt{2+1,28^2}$$

$$648,25\ mm < \hat{P}_{10} < 740,79\ mm$$

b- 3 IC à 60, 80 et 95 % de P_{50} :

$T = 50 \rightarrow FD = 1/50 = 0,02 \rightarrow FND = 0,98 \rightarrow z_{50} = 2,05$

$P_{50} = \overline{P} + z_{50} \times s = 521,25 + 2,05 \times 135,40 = 798,82$ mm

- **IC à 60 % :** $z_{\frac{1-\alpha}{2}} = 0,84$ déjà trouvé

$$798,82-0,84\times\frac{135,4}{\sqrt{2\times 60}}\times\sqrt{2+2,05^2} < \hat{P}_{50} < 798,82+0,84\times\frac{135,4}{\sqrt{2\times 60}}\times\sqrt{2+2,05^2}$$

$$772,96\ mm < \hat{P}_{50} < 824,68\ mm$$

- **IC à 80 % :** $z_{\frac{1-\alpha}{2}} = 1,28$;

$$798,82-1,28\times\frac{135,4}{\sqrt{2\times 60}}\times\sqrt{2+2,05^2} < P_{50} < 798,82+1,28\times\frac{135,4}{\sqrt{2\times 60}}\times\sqrt{2+2,05^2}$$

$$759,42\ mm < P_{50} < 838,21\ mm$$

- **IC à 95 % :** $z_{\frac{1-\alpha}{2}} = 1,96$;

$$798,82-1,96\times\frac{135,4}{\sqrt{2\times 60}}\times\sqrt{2+2,05^2} < \hat{P}_{50} < 798,82+1,96\times\frac{135,4}{\sqrt{2\times 60}}\times\sqrt{2+2,05^2}$$

$$738,50\ mm < \hat{P}_{50} < 859,14\ mm$$

b- 4 IC à 60, 80 et 95 % de P_{100} :

$T = 100 \rightarrow FD = 1/100 = 0,001 \rightarrow FND = 0,99 \rightarrow z_{100} = 2,32$

$P_{100} = \overline{P} + z_{100} \times s = 521,25 + 2,32 \times 135,40 = 835,38$ mm

- **IC à 60 % :** $z_{\frac{1-\alpha}{2}} = 0,84$ déjà trouvé

$$835,38-0,84\times\frac{135,4}{\sqrt{2\times 60}}\times\sqrt{2+2,32^2} < \hat{P}_{100} < 835,38+0,84\times\frac{135,4}{\sqrt{2\times 60}}\times\sqrt{2+2,32^2}$$

$$807,17\ mm < \hat{P}_{100} < 863,59\ mm$$

- **IC à 80 % :** $z_{\frac{1-\alpha}{2}} = 1,28$;

$$835,38-1,28\times\frac{135,4}{\sqrt{2\times 60}}\times\sqrt{2+2,32^2} < \hat{P}_{100} < 835,38+1,28\times\frac{135,4}{\sqrt{2\times 60}}\times\sqrt{2+2,32^2}$$

$$792,39\ mm < \hat{P}_{100} < 878,41\ mm$$

- **IC à 95 % :** $z_{\frac{1-\alpha}{2}} = 1,96$;

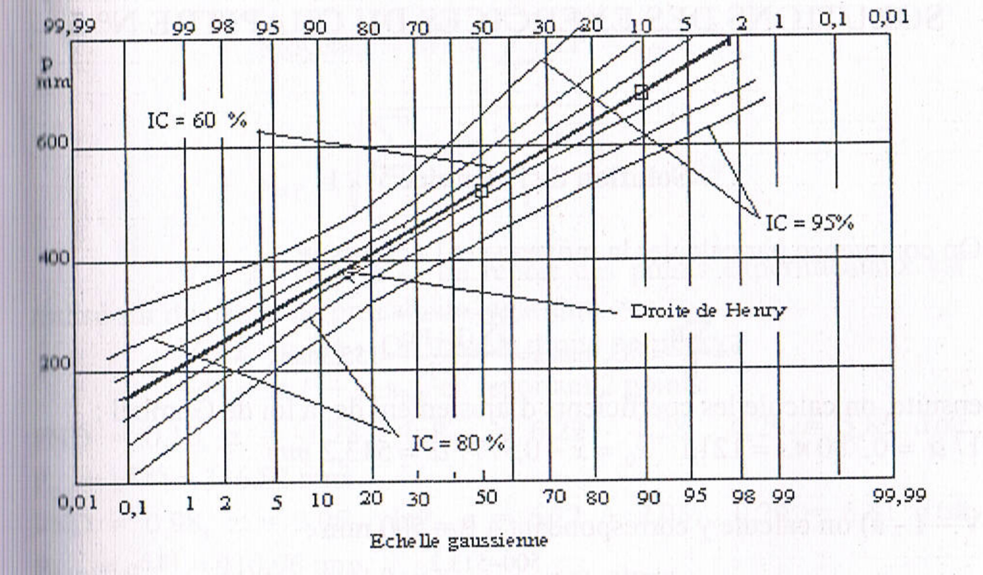
$$835,38-1,96\times\frac{135,4}{\sqrt{2\times 60}}\times\sqrt{2+2,32^2} < \hat{P}_{100} < 835,38+1,96\times\frac{135,4}{\sqrt{2\times 60}}\times\sqrt{2+2,32^2}$$

$$769,49\ mm < \hat{P}_{100} < 901,27\ mm$$

IV – 11 – c - Courbes enveloppes : Pour tracer les courbes enveloppes on établit le tableau suivant. Ensuite on porte sur le papier graphique les points expérimentaux, la droite théorique et les points des différents intervalles de confiance que l'on joint entre eux pour obtenir les différentes courbes enveloppes

Val. obs.	Val. clas	n	FND expér.	Var. rédui	Val. théor	IC = 60%		IC = 80%		IC = 95%	
						BI	BS	BI	BS	BI	BS
607	169	1	0,0083	-2,394	197,0	166,0	224,2	147,9	237,2	116,7	255,9
407	241	2	0,0250	-1,960	255,8	228,9	279,5	213,3	291,0	186,5	307,5
367	277	3	0,0417	-1,732	286,7	261,9	308,7	247,6	319,4	223,0	334,9
645	326	4	0,0583	-1,569	308,8	285,4	329,6	271,9	339,8	248,9	354,6
480	343	5	0,0750	-1,440	326,3	304,0	346,3	291,2	356,0	269,3	370,4
634	349	6	0,0917	-1,331	341,1	319,7	360,3	307,4	369,8	286,5	383,7
542	350	7	0,1083	-1,236	353,9	333,3	372,6	321,5	381,8	301,4	395,4
485	368	8	0,1250	-1,150	365,5	345,5	383,6	334,0	392,6	314,7	406,0
531	374	9	0,1417	-1,073	376,0	356,5	393,7	345,4	402,5	326,7	415,6
398	382	10	0,1583	-1,001	385,7	366,7	403,0	356,0	411,6	337,8	424,6
169	407	11	0,1750	-0,935	394,7	376,2	411,7	365,7	420,2	348,1	433,0
439	418	12	0,1917	-0,872	403,2	385,1	419,9	374,9	428,3	357,7	440,9
615	419	13	0,2083	-0,812	411,3	393,6	427,7	383,6	436,0	366,8	448,5
723	431	14	0,2250	-0,755	419,0	401,6	435,2	391,8	443,3	375,5	455,7

691	436	15	0,2417	-0,701	426,4	409,3	442,3	399,7	450,4	383,7	462,7
680	439	16	0,2583	-0,648	433,5	416,7	449,2	407,3	457,3	391,6	469,5
703	439	17	0,2750	-0,597	440,4	423,8	455,9	414,6	463,9	399,3	476,1
521	449	18	0,2917	-0,548	447,0	430,7	462,5	421,6	470,4	406,6	482,5
527	454	19	0,3083	-0,500	453,5	437,4	468,8	428,5	476,7	413,7	488,8
458	458	20	0,3250	-0,453	459,9	444,0	475,0	435,2	482,9	420,7	495,0
326	467	21	0,3417	-0,407	466,1	450,4	481,1	441,7	489,0	427,4	501,1
467	470	22	0,3583	-0,362	472,2	456,6	487,2	448,0	494,9	434,0	507,1
527	475	23	0,3750	-0,318	478,2	462,7	493,1	454,3	500,9	440,5	513,0
419	480	24	0,3917	-0,275	484,1	468,8	498,9	460,4	506,7	446,8	518,9
350	485	25	0,4083	-0,231	489,9	474,7	504,7	466,5	512,5	453,0	524,7
657	502	26	0,4250	-0,189	495,7	480,6	510,5	472,4	518,3	459,1	530,6
650	505	27	0,4417	-0,146	501,4	486,4	516,2	478,3	524,0	465,2	536,4
505	512	28	0,4583	-0,104	507,1	492,2	521,9	484,1	529,7	471,1	542,1
649	521	29	0,4750	-0,063	512,8	497,9	527,5	489,9	535,4	477,1	547,9
512	523	30	0,4917	-0,021	518,4	503,6	533,2	495,7	541,1	482,9	553,7
502	527	31	0,5083	0,021	524,1	509,3	538,9	501,4	546,8	488,8	559,6
431	527	32	0,5250	0,063	529,7	515,0	544,6	507,1	552,6	494,6	565,4
382	529	33	0,5417	0,104	535,4	520,6	550,3	512,8	558,4	500,4	571,4
454	531	34	0,5583	0,146	541,1	526,3	556,1	518,5	564,2	506,1	577,3
561	542	35	0,5750	0,189	546,8	532,0	561,9	524,2	570,1	511,9	583,4
546	546	36	0,5917	0,231	552,6	537,8	567,8	530,0	576,0	517,8	589,5
374	559	37	0,6083	0,275	558,4	543,6	573,7	535,8	582,1	523,6	595,7
523	561	38	0,6250	0,318	564,3	549,4	579,8	541,6	588,2	529,5	602,0
559	567	39	0,6417	0,362	570,3	555,3	585,9	547,6	594,5	535,4	608,5
837	572	40	0,6583	0,407	576,4	561,4	592,1	553,5	600,8	541,4	615,1
368	584	41	0,6750	0,453	582,6	567,5	598,5	559,6	607,3	547,5	621,8
584	598	42	0,6917	0,500	589,0	573,7	605,1	565,8	614,0	553,7	628,8
343	602	43	0,7083	0,548	595,5	580,0	611,8	572,1	620,9	560,0	635,9
696	607	44	0,7250	0,597	602,1	586,6	618,7	578,6	627,9	566,4	643,2
602	615	45	0,7417	0,648	609,0	593,3	625,8	585,2	635,2	573,0	650,9
529	622	46	0,7583	0,701	616,1	600,2	633,2	592,1	642,8	579,8	658,8
662	625	47	0,7750	0,755	623,5	607,3	640,9	599,2	650,7	586,8	667,0
475	634	48	0,7917	0,812	631,2	614,8	648,9	606,5	658,9	594,0	675,7
439	645	49	0,8083	0,872	639,3	622,6	657,4	614,2	667,6	601,6	684,8
622	649	50	0,8250	0,935	647,8	630,8	666,3	622,3	676,8	609,5	694,4
241	650	51	0,8417	1,001	656,8	639,5	675,8	630,9	686,5	617,9	704,7
436	657	52	0,8583	1,073	666,5	648,8	686,0	640,0	697,1	626,9	715,8
449	662	53	0,8750	1,150	677,0	658,9	697,0	649,9	708,5	636,5	727,8
470	680	54	0,8917	1,236	688,6	669,9	709,2	660,7	721,0	647,1	741,1
277	691	55	0,9083	1,331	701,4	682,2	722,8	672,7	735,1	658,8	756,0
349	696	56	0,9250	1,440	716,2	696,2	738,5	686,5	751,3	672,1	773,2
625	703	57	0,9417	1,569	733,7	712,9	757,1	702,7	770,6	687,9	793,6
418	723	58	0,9583	1,732	755,8	733,8	780,6	723,1	794,9	707,6	819,5
572	837	59	0,9750	1,960	786,7	763,0	813,6	751,5	829,2	735,0	856,0
865	865	60	0,9917	2,394	845,5	818,3	876,5	805,3	894,6	786,6	925,8



Les courbes enveloppes ci-dessus ont été tracées approximativement.

SOLUTIONS DES EXERCICES DU CHAPITRE N° 5

Solution de l'exercice V - 1

On commence par calculer la moyenne et l'écart-type :

$$\bar{P}=\frac{\sum P_i}{N}=583,1mm \quad s=\sqrt{\frac{\sum (P_i-\bar{P})^2}{N-1}}=155,3mm,$$

ensuite, on calcule les coefficients d'ajustement de la loi de Gumbel :

$1/\alpha = 0,780 \times s = 121,1 \quad x_0 = \bar{x} - 0,577/\alpha = 513,2\ mm$

V – 1 - a) on calcule y correspondant à P = 500 mm :

$$y=\alpha(x-x_0)=\frac{500-513,2}{121,1}=-0,11$$

on sait que $FND(x) = e^{-e^{-y}} = 32,78\%$

V – 1 - b) on calcule y correspondant à P = 700 mm : $y = \alpha(x-x_0)$

$$y=\alpha(x-x_0)=\frac{700-513,2}{121,1}=1,54 \ et \ FND(x)=e^{-e^{-y}}=80,72\ \%$$

$$FD = 1 - FND = 19,27\% \ ou \ 0,1927 \ et \ T=\frac{1}{FD}=\frac{1}{0,1927}=5,19 \ ans$$

V – 1 - c) calcul de la pluie vingtennale :

$$T = 20\ ans \rightarrow FD = \frac{1}{20} = 0,05 \rightarrow FND = 0,95$$

$$y = -(\ln(-\ln FND)) = -(\ln(-\ln(0,95))) = 2,97$$

$$P_{20} = (1/\alpha)y + x_{0=} = 121,1 \times 2,97 + 513,2 = 872,9\ mm$$

Solution de l'exercice V-2

V – 2 – a – 1 - Dans le tableau ci - dessus, on classe les valeurs des pluies par ordre décroissant, ensuite on calcule leur fréquence expérimentale (FND = (i - 0,5)/ N), ainsi que les logarithmes népériens correspondants.

V – 2 – a – 2 - Les caractéristiques de l'échantillon des logarithmes népériens sont:

$$\text{Moyenne} = \overline{\ln P} = \sum_{1}^{N} \ln P_i = 6,22$$

$$s_{\ln P} = \sqrt{\frac{\sum(\ln P_i)^2 - N\overline{\ln P}^2}{N-1}} = 0,29$$

V – 2 – a – 3 - Le report des points expérimentaux est réalisé sur du papier de probabilité logarithmique.

V – 2 – a – 4 - On trace la droite de Henry :

$\ln P_i = \overline{\ln P} + z_i . s_{\ln P}$ en reportant 2 points:

FND = 0,10, z = -1,28, $\ln P_{0,1}$ = 6,22 - 1,28 . 0,29 = 5,85 d'où $P_{0,1} = e^{5,85} = 346,82$ mm

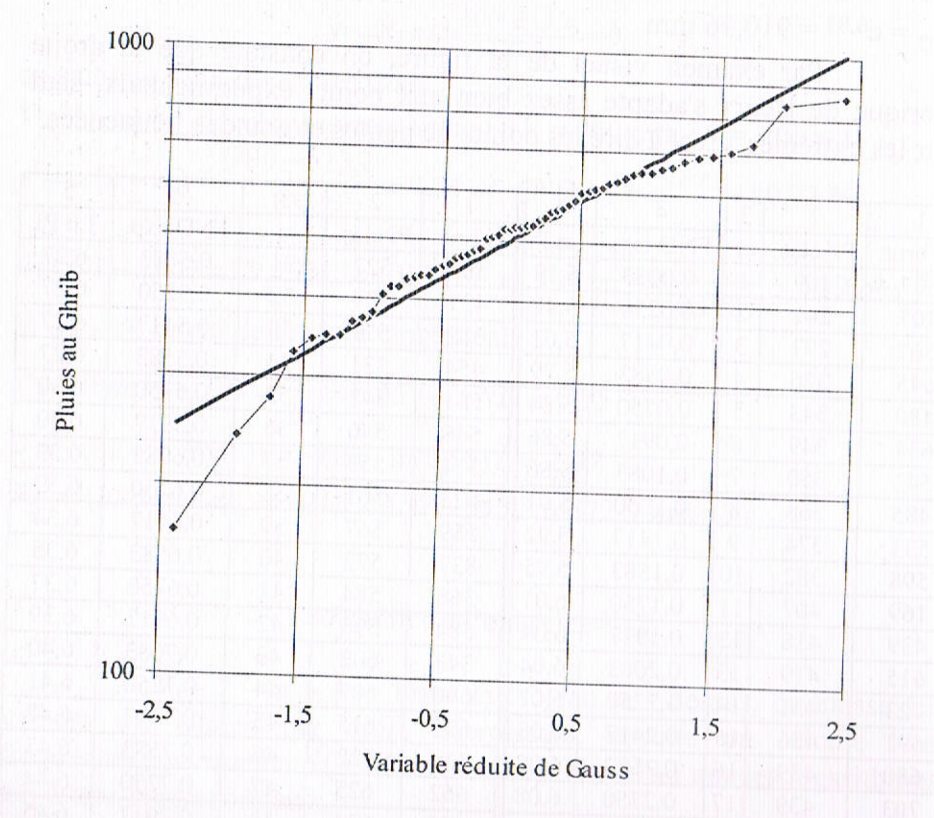
FND = 0,98, z = 2,05, $\ln P_{0,02}$ = 6,22 + 2,05 . 0,29 = 6,81 d'où $P_{0,02} = e^{6,81} = 910,96$ mm

Par examen visuel de la figure, on constate que la droite théorique de Henry s'adapte assez bien aux points expérimentaux, sauf pour les extrêmes, c'est à dire les points de petites et grandes fréquences.

1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Pi brut.	Pi clas,	n	FND exp.	Ln Pi	Pi brut.	Pi clas,	n	FND exp.	Ln Pi
607	169	1	0,0083	5,13	502	527	31	0,5083	6,27
407	241	2	0,0250	5,48	431	527	32	0,5250	6,27
567	277	3	0,0417	5,62	382	529	33	0,5417	6,27
645	326	4	0,0583	5,79	454	531	34	0,5583	6,27
480	343	5	0,0750	5,84	561	542	35	0,5750	6,30
634	349	6	0,0917	5,86	546	546	36	0,5917	6,30
542	350	7	0,1083	5,86	374	559	37	0,6083	6,33
485	368	8	0,1250	5,91	523	561	38	0,6250	6,33
531	374	9	0,1417	5,92	559	567	39	0,6417	6,34
598	382	10	0,1583	5,95	837	572	40	0,6583	6,35
169	407	11	0,1750	6,01	368	584	41	0,6750	6,37
439	418	12	0,1917	6,04	584	598	42	0,6917	6,39
615	419	13	0,2083	6,04	343	602	43	0,7083	6,40
723	431	14	0,2250	6,07	696	607	44	0,7250	6,41
691	436	15	0,2417	6,08	602	615	45	0,7417	6,42
680	439	16	0,2583	6,08	529	622	46	0,7583	6,43
703	439	17	0,2750	6,08	662	625	47	0,7750	6,44
521	449	18	0,2917	6,11	475	634	48	0,7917	6,45
527	454	19	0,3083	6,12	439	645	49	0,8083	6,47
458	458	20	0,3250	6,13	622	649	50	0,8250	6,48

326	467	21	0,3417	6,15	241	650	51	0,8417	6,48
467	470	22	0,3583	6,15	436	657	52	0,8583	6,49
527	475	23	0,3750	6,16	449	662	53	0,8750	6,50
419	480	24	0,3917	6,17	470	680	54	0,8917	6,52
350	485	25	0,4083	6,18	277	691	55	0,9083	6,54
657	502	26	0,4250	6,22	349	696	56	0,9250	6,55
650	505	27	0,4417	6,22	625	703	57	0,9417	6,56
505	512	28	0,4583	6,24	418	723	58	0,9583	6,58
649	521	29	0,4750	6,26	572	837	59	0,9750	6,73
512	523	30	0,4917	6,26	865	865	60	0,9917	6,76
							moy	LnP =	6,2183
							e-type	Lnp =	0,2889

Ajustement d'une loi Log-normale aux pluies annuelles au barrage du Ghrib



V – 2 – b - On va vérifier cela par le test du Khi – Deux :

Les calculs sont portés dans le tableau ci-dessous.

Les colonnes 1 à 5 donnent respectivement le numéro de la classe i, la borne inférieure, la borne supérieure, le logarithme népérien de la borne inférieure et de la borne supérieure.

Les colonnes 6 et 7 donnent respectivement les variables réduites correspondant à $\ln x_{i-1}$ et $\ln x_i$.

Les colonnes 8 et 9 donnent les FND correspondant à z_{i-1} et z_i.

La colonne 10 donne la fréquence expérimentale de chaque intervalle qui est égale au nombre de valeurs dans chaque intervalle.

La colonne 10 donne la fréquence théorique $f_{ti} = N(p_i - p_{i-1})$ et la colonne 12 indique le χ^2 partiel $= (f_{oi} - f_{ti})^2/f_{ti}$.

La somme des $\chi^2 = 2,9576$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
i	xi-1	xi	$\ln x_{i-1}$	$\ln x_i$	z_{i-1}	z_i	pi-1	pi	foi	fti	χ^2
1	- ∞	369	0,00	5,91	- ∞	-1,06	0	0,1436	8	8,6152	0,0439
2	369	450	5,91	6,11	-1,06	-0,38	0,1436	0,3529	10	12,558	0,5212
3	450	510	6,11	6,23	-0,38	0,06	0,3529	0,5222	9	10,158	0,132
4	510	545	6,23	6,30	0,06	0,29	0,5222	0,6123	8	5,4078	1,2426
5	545	600	6,30	6,40	0,29	0,62	0,6123	0,7318	7	7,1659	0,0038
6	600	648	6,40	6,47	0,62	0,88	0,7318	0,8118	7	4,8017	1,0064
7	648	+ ∞	6,47	+ ∞	0,88	+ ∞	0,8118	1	11	11,293	0,0076
										S =	2,9576

On cherche sur la table du χ^2 le $\chi^2_{\nu,\alpha}$ théorique où:

ν = nombre de degrés de liberté = k - 1 - r

k = nombre de classes = 7

r = nombre de paramètres qui définissent exactement la loi théorique (loi normale dans notre cas) = 2

d'où $\nu = 7 - 1 - 2 = 4$

α = niveau de signification ou degré de risque c'est à dire la probabilité que le χ^2 dépasse une valeur donnée, ce qui équivaut à la surface sous la courbe qui se trouve à droite de la valeur du χ^2. Notez que la table du χ^2 donne la F.N.D. = $1 - \alpha = 0,95$.

Pour $\nu = 5$ et $1 - \alpha = 0,90$, la table donne $\chi^2_{5;\ 0,90} = 7,78$

Comme le χ^2 calculé est plus petit que celui donné par la table, on conclut que le χ^2 calculé est situé dans la zone favorable et qu'il

y a 90% de chance que la loi log-normale choisie s'ajuste à notre échantillon.

V – 2 – c - Intervalle de confiance à 80 % de $\overline{P}$, s et P_{10}. :

P_{moy} = 521,25 mm, s = 135,40 mm, lnP = 6,22, s_{lnP} = 0,29

$\overline{\ln P} = 6{,}26$ et $z_{\ln P} = \dfrac{\overline{\ln P} - \overline{\ln P}}{s_{\ln P}} = \dfrac{6{,}26-6{,}22}{0{,}29} = 0{,}14$

α = 0,8→1 - α = 0,20 et (1-α)/2 = 0,1= FD → FND = 0,9→$z_{0,9}$ = 1,28

IC à 80 % de l'écart-type :

$$s_{\ln \overline{P}} - z_{\frac{1-\alpha}{2}} \times \frac{s_{\ln P}}{\sqrt{2N}} \langle\ \hat{s}_{\ln P}\ \langle\ s_{\ln \overline{P}} + z_{\frac{1-\alpha}{2}} \times \frac{\overline{s_{\ln P}}}{\sqrt{2N}}$$

$$0{,}29 - 1{,}29 \times \frac{0{,}29}{\sqrt{2\times 60}} \langle\ \hat{s}_{\ln P}\ \langle\ 0{,}29 + 1{,}29 \times \frac{0{,}29}{\sqrt{2\times 60}}$$

$$0{,}256\ \langle\ \hat{s}_{\ln P}\ \langle\ 0{,}324$$

IC à 80 % de la moyenne :

$$\ln \overline{P} - z_{\frac{1-\alpha}{2}} \times \frac{s_{\ln P}}{\sqrt{2N}} \times \sqrt{2 + z^2_{\ln \overline{P}}}\ \langle\ \hat{\ln} \overline{P}\ \langle\ \ln \overline{P} + z_{\frac{1-\alpha}{2}} \times \frac{s_{\ln P}}{\sqrt{2N}} \times \sqrt{2 + z^2_{\ln \overline{P}}}$$

$$6{,}26 - 1{,}28 \times \frac{0{,}29}{\sqrt{2\times 60}} \times \sqrt{2 + 0{,}14^2}\ \langle \hat{\ln}\overline{P} \langle 6{,}26 - 1{,}28 \times \frac{0{,}29}{\sqrt{2\times 60}} \times \sqrt{2 + 0{,}14^2}$$

$$6{,}21\ \langle\ \hat{\ln} \overline{P}\ \langle\ 6{,}31$$

$$e^{6,21}\ \langle\ \overline{P}\ \langle\ e^{6,31} \quad \rightarrow \quad 497{,}70\ mm\ \langle\ \overline{P}\ \langle\ 550{,}06\ mm$$

IC à 80 % de P_{10} :

T = 10 → FD = 0,1 → FND = 0,9 → $z_{0,9}$ = 1,28

ln P_{10} = $\overline{\ln P}$ + $z_{0,9}$ × s_{lnP} = 6,22 + 1,28 × 0,29 = 6,59

$$\ln P_{10} - z_{\frac{1-\alpha}{2}} \times \frac{s_{\ln P}}{\sqrt{2N}} \times \sqrt{2 + z^2_{\ln P_{10}}}\ \langle\ \hat{\ln} P_{10}\ \langle\ \ln P_{10} + z_{\frac{1-\alpha}{2}} \times \frac{s_{\ln P}}{\sqrt{2N}} \times \sqrt{2 + z^2_{\ln P_{10}}}$$

$$6{,}59 - 1{,}28 \times \frac{0{,}29}{\sqrt{2\times 60}} \times \sqrt{2 + 1{,}28^2}\ \langle \hat{\ln} P_{10} \langle 6{,}59 - 1{,}28 \times \frac{0{,}29}{\sqrt{2\times 60}} \times \sqrt{2 + 1{,}28^2}$$

$$6{,}53\ \langle\ \hat{\ln} \overline{P}\ \langle\ 6{,}65$$

$$e^{6,53}\ \langle\ \hat{P}_{10}\ \langle\ e^{6,65} \quad \rightarrow \quad 685{,}39\ mm\ \langle\ \hat{P}_{10}\ \langle\ 772{,}78\ mm$$

Solution de l'exercice V – 3

V – 3 – a :

1 P mesurées	2 P classées	3 Ordre n	4 FND exp.	5 y théorique	6 P théorique
607	169	1	0,008	-1,566	294,9
407	241	2	0,025	-1,305	322,5
567	277	3	0,042	-1,156	338,2
645	326	4	0,058	-1,044	350
480	343	5	0,075	-0,952	359,8
634	349	6	0,092	-0,871	368,3
542	350	7	0,108	-0,799	376
485	368	8	0,125	-0,732	383
531	374	9	0,142	-0,67	389,5
598	382	10	0,158	-0,611	395,7
169	407	11	0,175	-0,556	401,6
439	418	12	0,192	-0,502	407,3
615	419	13	0,208	-0,45	412,8
723	431	14	0,225	-0,4	418,1
691	436	15	0,242	-0,351	423,3
680	439	16	0,258	-0,303	428,3
703	439	17	0,275	-0,255	433,3
521	449	18	0,292	-0,209	438,3
527	454	19	0,308	-0,163	443,1
458	458	20	0,325	-0,117	448
326	467	21	0,342	-0,071	452,8
467	470	22	0,358	-0,026	457,6
527	475	23	0,375	0,019	462,4
419	480	24	0,392	0,065	467,1
350	485	25	0,408	0,11	471,9
657	502	26	0,425	0,156	476,8
650	505	27	0,442	0,202	481,6
505	512	28	0,458	0,248	486,5

649	521	29	0,475	0,295	491,5
512	523	30	0,492	0,343	496,5
502	527	31	0,508	0,391	501,6
431	527	32	0,525	0,44	506,7
382	529	33	0,542	0,489	512
454	531	34	0,558	0,54	517,3
561	542	35	0,575	0,592	522,8
546	546	36	0,592	0,645	528,4
374	559	37	0,608	0,699	534,1
523	561	38	0,625	0,755	540,1
559	567	39	0,642	0,813	546,1
837	572	40	0,658	0,872	552,4
368	584	41	0,675	0,934	558,9
584	598	42	0,692	0,998	565,7
343	602	43	0,708	1,065	572,8
696	607	44	0,725	1,134	580,1
602	615	45	0,742	1,208	587,9
529	622	46	0,758	1,285	596
662	625	47	0,775	1,367	604,7
475	634	48	0,792	1,454	613,9
439	645	49	0,808	1,547	623,7
622	649	50	0,825	1,648	634,4
241	650	51	0,842	1,758	646
436	657	52	0,858	1,879	658,7
449	662	53	0,875	2,013	673
470	680	54	0,892	2,166	689
277	691	55	0,908	2,342	707,6
349	696	56	0,925	2,552	729,8
625	703	57	0,942	2,812	757,3
418	723	58	0,958	3,157	793,7
572	837	59	0,975	3,676	848,6
865	865	60	0,992	4,783	965,5

On commence par calculer 1/α et x_0. On sait que $\overline{P} = 521{,}25\,mm$ et que s = 135,40 mm d'où :

$$1/\alpha = 0{,}78s = 105{,}61$$

$$et\ \ x_0 = \overline{x} - 0{,}577/\alpha = 521{,}25 - 0{,}577 \times 105{,}61 = 460{,}31\ mm$$

Ensuite on établit la tableau ci-dessus: les 1ère, 2ième et 3ième colonnes donnent respectivement les pluies mesurées, les pluies classées et les rangs n.

La colonne 4 indique les fréquences expérimentales $FND = \dfrac{n-0{,}5}{N}$; ainsi : $FND_4 = \dfrac{4-0{,}5}{60} = 0{,}0583$,

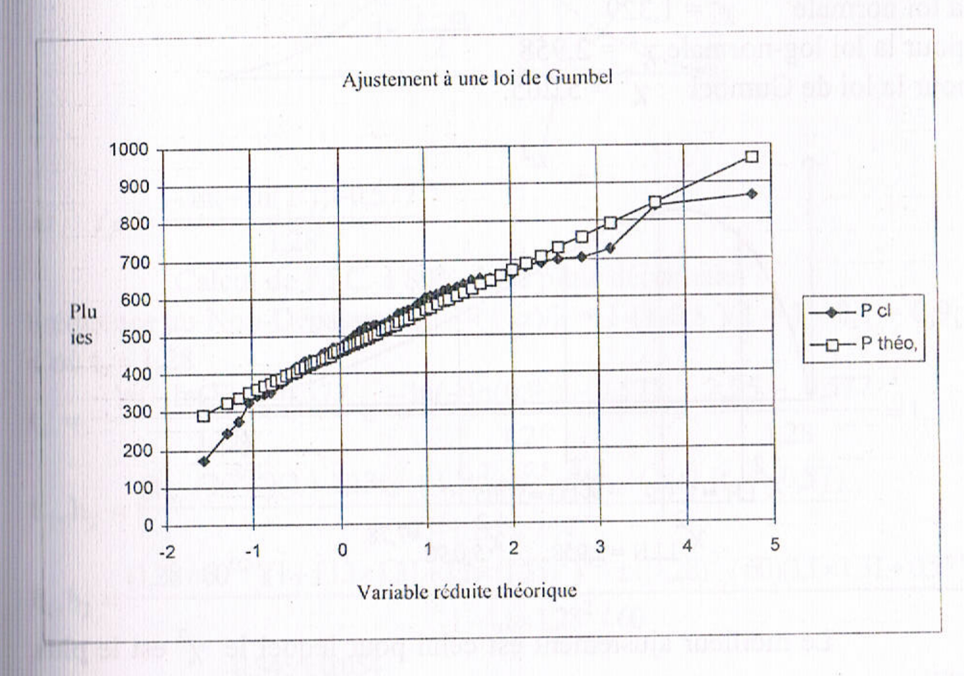
La colonne 5 donne les variables réduites de Gumbel théoriques : $y_4 = -[\ln(-\ln(F_4(x))] = -[\ln(-\ln(0{,}0583)] = -1{,}044$

La 6ième colonne donne les pluies théoriques:

$P_4 = (1/\alpha)y_4 + x_0 = 105{,}61 \times (-1{,}044) + 460{,}31 = 350{,}05\ mm$

Sur du papier millimétré on porte:

- en abscisses les variables réduites théoriques,
- en ordonnées les pluies mesurées et les pluies théoriques.



V – 3 - b On va vérifier l'ajustement de la loi de Gumbel aux pluies journalières maximales à Bouira grâce au test du χ^2.

Pour trouver FND(xi) on procède comme suit :

$x_i = (1/\alpha)\,y_i + x_0 \rightarrow y_i = (x_i - x_0)\,\alpha$ et $F(x_i) = e^{-e^{-y}}$

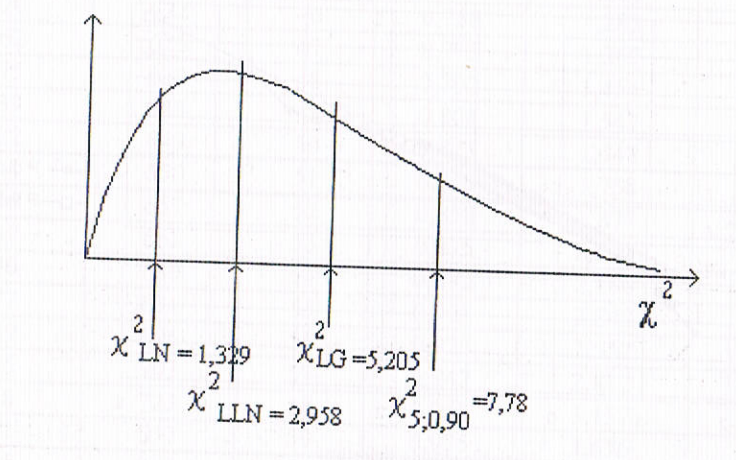
pour $x_3 = 510 \rightarrow y_3 = (510 - 460{,}31) \times (1/105{,}61) = 0{,}471 \rightarrow F(x_3) = p3 = 0{,}535$;

$f_3 = N(P_3 - P_2) = 60(0{,}535 - 0{,}332) = 12{,}2$

et $z_3 = (9 - 12{,}2)^2/12{,}2 = 0{,}841$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
i	xi-1	xi	zi-1	zi	pi-1	pi	foi	fti	χ^2
1	- ∞	369	- ∞	-0,86	0	0,093	8	5,586	1,043
2	369	450	-0,86	-0,1	0,093	0,332	10	14,34	1,311
3	450	510	-0,1	0,471	0,332	0,535	9	12,2	0,841
4	510	545	0,471	0,802	0,535	0,639	8	6,191	0,529
5	545	600	0,802	1,323	0,639	0,766	7	7,651	0,055
6	600	648	1,323	1,777	0,766	0,844	7	4,698	1,128
7	648	+ ∞	1,777	+ ∞	0,844	1	11	9,335	0,297
								Σ =	5,205

V – 3 - c Nous avions trouvé pour
la loi normale $\chi^2 = 1,329$
pour la loi log-normale: $\chi^2 = 2,958$
pour la loi de Gumbel : $\chi^2 = 5,205$.



Le meilleur ajustement est celui pour lequel le χ^2 est le plus petit.

Dans notre cas, c'est celui de la loi normale.

V – 3 - d P_{10} = ? :
T = 10 → FD = 1/10 = 0,1 → FND = 0,9 → y = -ln(-ln(FND)) = 2,25
$P_{10} = (1/\alpha)y + x_0$ = 105,61 x 2,25 + 460,31 = 697,93 mm

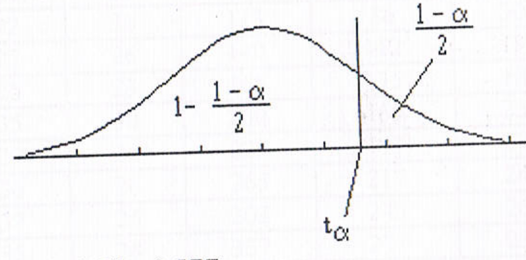
L'intervalle de confiance à α % d'un quantile x_F s'exprime en fonction de l'écart-type s_x par :

$$x_F - h_1 s_x < x_F < x_F + h_2 s_x$$

où h_1 et h_2 sont des paramètres dépendant de la taille n de l'échantillon, de la fréquence F et de la valeur de α. h_1 et h_2 sont évalués par la formule suivante avec le signe + pour h2 et le signe - pour h_1:

$$h_1, h_2 = \frac{(t_\alpha / N^{0,5})(1+1{,}13t_F+1{,}1t^2_F)^{0,5} \pm t^2_\alpha / N(1{,}1t_F+0{,}57)}{1-1{,}1t^2_\alpha / N}$$

t_α = variable réduite de Gauss correspondant à la fréquence au non-dépassement 1 - (1- α)/2



et $$t_F = \frac{-\ln(-\ln(F)) - 0{,}577}{1{,}28}$$

Calcul de l' I.C. à 80% de la pluie décennale:
Fréquence au Non-Dépassement 1-(1-α)/2 = 1-(1-0,8)/2 = 1 - 0,1 = 0,9;
d'où t_α= 1,28

$$t_F = \frac{-\ln(-\ln(F)) - 0{,}577}{1{,}28} = \frac{-\ln(-\ln(0{,}9)) - 0{,}577}{1{,}28} = \frac{2{,}25 - 0{,}577}{1{,}28} = 1{,}31$$

$$h_1, h_2 = \frac{(t_\alpha / N^{0,5})(1+1{,}13t_F+1{,}1t^2_F)^{0,5} \pm t^2_\alpha / N(1{,}1t_F+0{,}57)}{1-1{,}1t^2_\alpha / N}$$

$$h_1, h_2 = \frac{(1{,}28/60^{0,5})(1+1{,}13\times1{,}31+1{,}1\times(1{,}31)^2)^{0,5} \pm ((1{,}28)^2/60)(1{,}1\times1{,}31+0{,}57)}{1-1{,}1\times1{,}28^2/60}$$

$$h_1, h_2 = \frac{0{,}345 \pm 0{,}054}{0{,}97} \quad \text{et } h_1 = 0{,}3 \quad \text{et} \quad h_2 = 0{,}41$$

d'où l'intervalle de confiance:

697,93 mm - 0,3 x 135,4 < $P_{0,9}$ < 697,93 mm - 0,41 x 135,4
657,31 mm < $\hat{P}_{10}$ < 753,62 mm

l'écart entre les deux bornes de l'IC est égal à Δ = 96,61 mm
Pour la loi normale nous avions trouvé:

$$664{,}30 \text{ mm} < \hat{P}_{10} < 724{,}74 \text{ mm}$$

avec $\Delta = 60{,}44$ mm

Pour la loi log-normale :

$$685{,}30 \text{ mm} < \hat{P}_{10} < 772{,}78 \text{ mm}$$

avec $\Delta = 87{,}48$ mm.
Le plus petit intervalle est celui de la loi normale, c'est donc cette loi qui donne les meilleures prévisions.

SOLUTIONS DES EXERCICES DU CHAPITRE N° 6

Solution de l'exercice VI-1

1	2	3	4	5	6	7
Année	P à St X	P 15 St	cumul X	Cum15st	X corrigé	cum x cor,
1950	47	29	47	29	34,2	34,2
1951	24	21	71	50	17,5	51,7
1952	42	36	113	86	30,6	82,3
1953	27	26	140	112	19,7	101,9
1954	25	23	165	135	18,2	120,1
1955	35	30	200	165	25,5	145,6
1956	29	26	229	191	21,1	166,7
1957	36	26	265	217	26,2	192,9
1958	37	26	302	243	26,9	219,9
1959	35	28	337	271	25,5	245,3
1960	58	40	395	311	42,2	287,6
1961	41	26	436	337	29,8	317,4
1962	34	24	470	361	24,8	342,2
1963	20	22	490	383	14,6	356,7
1964	26	25	516	408	18,9	375,6
1965	36	34	552	442	36	411,6
1966	35	28	587	470	35	446,6
1967	28	23	615	493	28	474,6
1968	29	33	644	526	29	503,6
1969	32	33	676	559	32	535,6
1970	39	35	715	594	39	574,6
1971	25	26	740	620	25	599,6
1972	30	29	770	649	30	629,6
1973	23	28	793	677	23	652,6
1974	37	34	830	711	37	689,6
1975	34	33	864	744	34	723,6
1976	30	35	894	779	30	753,6
1977	28	26	922	805	28	781,6
1978	27	25	949	830	27	808,6
1979	34	35	983	865	34	842,6

Le tableau ci-dessus indique les détails des calculs. Les colonnes 1, 2 et 3 reprennent les données de l'énoncé. Les colonnes 4 et 5 indiquent respectivement les pluies cumulées à la station X et aux 15 stations.

Une fois les cumuls calculés on les porte sur du papier millimétré avec en abscisses les cumuls des 15 stations et en ordonnées ceux de la station X.

On voit sur le graphique que les points s'alignent sur 2 droites différentes D_1 et D_2 dont les pentes sont m_1 et m_2. La cassure correspond à l'année 1964. Ceci implique qu'un « accident » est arrivé cette année : changement de site ou changement de l'environnement du pluviomètre. Pour corriger cette anomalie on procède comme suit :

1- on calcule les pentes m_1 et m_2 :

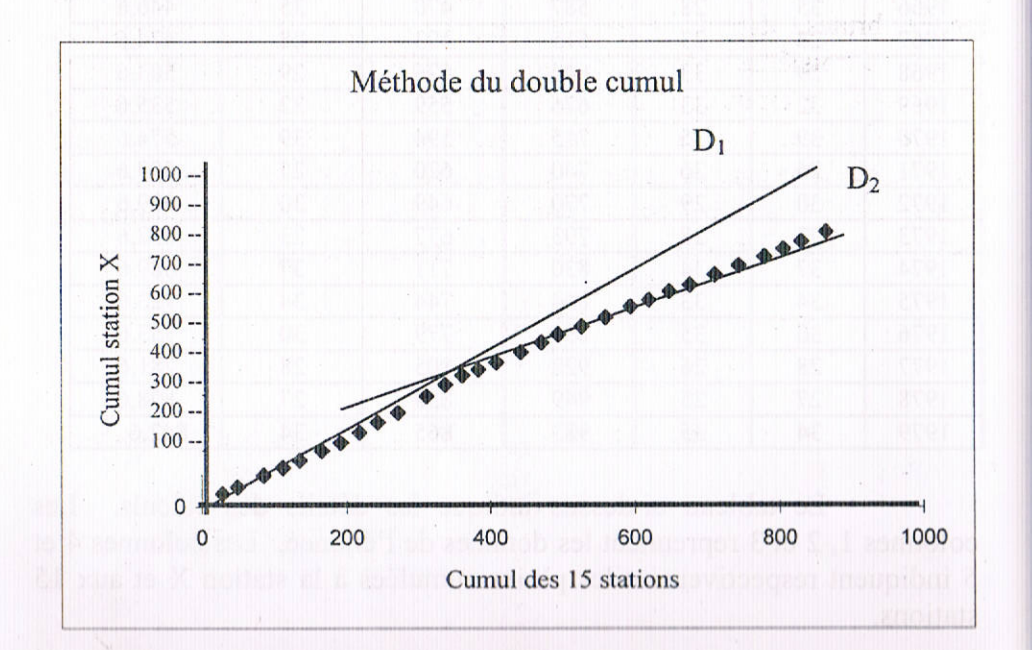
$m_1 = (470 - 165) / (361 - 135) = 1{,}35$. Les valeurs sont celles des années 1954 et 1962 car la droite D_1 passe exactement par ces points.

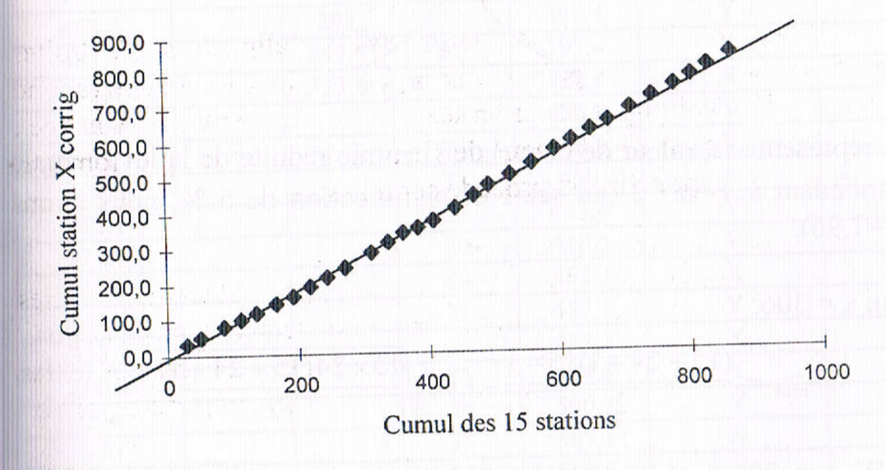
$m_2 = (983 - 864) / (865 - 744) = 0{,}983$. Les valeurs sont celles des années 1975 et 1979 car la droite D_2 passe exactement par ces points.

2- on corrige les données : comme le changement a eu lieu en 1964, cela veut dire que les données d'avant 1964 doivent être corrigées en les multipliant par un facteur égal à $m_2 / m_1 = 0{,}983 / 1{,}35 = 0{,}728$.

La colonne 6 indique les pluies à la station X corrigées, la colonne 7 donne leurs cumuls.

3- on refait le graphique avec les pluies corrigées et l'on voit que les points s'alignent sur une droite, ce qui veut dire les données ont été rendues homogènes.





Solution de l'exercice VI-2

Test de Wilcoson :

Nous établissons le tableau suivant pour faciliter les calculs. On commence par diviser notre série pluviométrique en deux échantillons de longueurs respectives $N_1 = 15$ valeurs et $N_2 = 24$ valeurs ($N = N_1 + N_2 = 15 + 24 = 39$). Dans la première colonne on porte les données brutes, dans la seconde colonne on porte le premier échantillon X, dans la troisième colonne on porte le deuxième échantillon Y, dans la quatrième et la cinquième colonnes on porte respectivement les rangs et les valeurs classées de la série originale, dans la sixième colonne on note l'origine de la valeur de la série, c'est-à-dire on note si elle provient de l'échantillon X ou de l'échantillon Y et dans la septième colonne on inscrit le rang de la valeur qui provient de la série X.

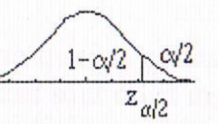
. On calcule ensuite les valeurs de :

- $W_x = \Sigma$ Rang x

- et des deux bornes W_{max} et W_{min}, données par les formules suivantes:

$$W_{min} = \frac{(N_1 + N_2 + 1)N_1 - 1}{2} - z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{N_1 N_2 (N_1 + N_2 + 1)}{12}}$$

et $W_{max} = (N_1 + N_2 + 1)N_1 - W_{min}$



$z_{1-\alpha/2}$ représente la valeur de la variable centrée réduite de la loi normale correspondant à 1- α / 2 (au seuil de signification de 5 %, nous avons $z_{1-\alpha/2}$=1,96).

ΣRang x = 306,

$$W_{min} = \frac{(15+24+1)15-1}{2} - 1{,}96\sqrt{\frac{15\times 24(15+24+1)}{12}}$$

d'où W_{min} = 299,5 - 1,96 x34,63 = 231,60

et W_{max} = (15 + 24 +1) ×15 - 231,60 = 368,40

On vérifie l'inégalité: W_{min} ⟨ Σ Rang x ⟨ W_{max} c'est à dire : 231,60 < 306 < 368,40 ; on conclue que notre série est homogène.

1	2	3	4	5	6	7
Données	X	Y	Rangs	X U Y	Origine	Rang X
332,4	332,4	509,6	1	182	Y	
462,3	462,3	362	2	285,1	Y	
315,2	315,2	370,4	3	291	Y	
422,9	422,9	624	4	294	Y	
304,2	304,2	494,6	5	304,2	X	5
341,8	341,8	453,4	6	315,2	X	6
391,3	391,3	458,5	7	321,5	X	7
507,1	507,1	487,1	8	321,8	Y	
607,8	607,8	395,4	9	332,4	X	9
487,3	487,3	436,9	10	341,8	X	10
382	382	355	11	355	Y	
355,6	355,6	442,6	12	355,6	X	12
639,8	639,8	285,1	13	357,7	Y	
372,6	372,6	371,7	14	358,3	Y	
321,5	321,5	357,7	15	362	Y	
509,6		364,8	16	364,8	Y	
362		358,3	17	370,4	Y	
370,4		500,3	18	371,7	Y	
624		294	19	372,6	X	19
494,6		450	20	382	X	20
453,4		182	21	391,3	X	21
458,5		291	22	395,4	Y	
487,1		397,4	23	397,4	Y	
395,4		321,8	24	422,9	X	24
436,9			25	436,9	Y	
355			26	442,6	Y	
442,6			27	450	Y	
285,1			28	453,4	Y	
371,7			29	458,5	Y	
357,7			30	462,3	X	30
364,8			31	487,1	Y	
358,3			32	487,3	X	32
500,3			33	494,6	Y	
294			34	500,3	Y	
450			35	507,1	X	35
182			36	509,6	Y	
291			37	607,8	X	37
397,4			38	624	Y	
321,8			39	639,8	X	39
					Somme =	306

Test de Mann-Whitney

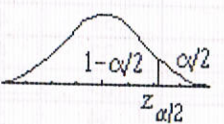
On divise notre échantillon en deux sous-ensembles de tailles N_1 et N_2 avec: $N_2 > N_1$.

x_1, x_2, ... x_i.................................x_{N1}

y_1, y_2, ... y_i.................................x_{N2}

La taille de l'échantillon original est $N = N_1 + N_2$. On classe ensuite nos valeurs par ordre croissant de 1 à N et l'on note les rangs $R(x_i)$ des éléments du premier sous-ensemble et ceux $R(y_i)$ des éléments du second sous-ensemble dans l'échantillon original. On définit K et S comme suit: $K = L - \frac{N_1(N_1+1)}{2}$ et $S = N_1N_2 - K$ avec $L = \sum_{i=1}^{N1} R(x_i)$; c'est à dire la somme des rangs des éléments de l'échantillon 1 dans l'échantillon original. K est la somme des nombres de dépassements de chaque élément du second échantillon par ceux du premier échantillon. S est la somme des nombres de dépassements des éléments du premier sous-ensemble (ou échantillon) par ceux du second. On montre que lorsque N > 20, $N_1 > 3$ et $N_2 > 3$; K et S sont distribués selon une loi normale

ayant: une moyenne égale à $\overline{K} = \overline{S} = \frac{N_1 N_2}{2}$ et un écart-type égal à $s_k = s_s = \frac{N_1 N_2}{12}(N_1 + N_2 + 1)$. On peut alors tester l'hypothèse H_0 selon laquelle les deux sous-ensembles proviennent de la même population, au niveau de signification α, en comparant la grandeur: $T = \left|\frac{K - \overline{K}}{s_k}\right|$ avec la variable normale centrée réduite ayant une probabilité de dépassement $\alpha/2$. Si $T < z_{\alpha/2}$ on accepte H_0.



Nous allons appliquer le test de Mann-Whitney aux données pluviométriques de la station de Tissemsilt.

On forme le tableau ci-dessus pour faciliter la compréhension: La colonne 1 donne les années ; les chiffres 1, 2, 3, ... 39 correspondent aussi aux rangs des données lorsque celles-ci sont triées c'est à dire classées. Les colonnes 2 et 3 indiquent respectivement les pluies dans l'ordre où elles ont été relevées et les pluies triées ou classées par ordre croissant. La colonne 4 liste les 15 valeurs de l'échantillon 1 (ou sous-ensemble 1). La colonne 5 donne le rang de chaque valeur du sous-ensemble 1 dans l'échantillon original de 39 valeurs classées. La colonne 6 indique les 24 valeurs de l'échantillon 2 (ou sous-ensemble 2). La colonne 7 donne le rang de chaque valeur du sous-ensemble 2 dans l'échantillon original de 39 valeurs classées. La colonne 8 montre les valeurs du sous-ensemble 1 triées. La colonne 9 indique le nombre de fois où chaque élément du sous ensemble 1 est dépassé par les éléments du sous-ensemble 2, la somme des éléments de cette colonne est égale à S = 174. La colonne 10 donne les valeurs triées du sous-ensemble 2. La colonne 11, enfin donne le nombre de fois où chaque élément du sous-ensemble 2 est dépassé par les éléments du sous-ensemble 1, la somme des valeurs de cette colonne est égale à K = 186.

On trouve:

$$L = \sum_{i=1}^{N_1} R(x_i) = 306; \quad K = L - \frac{N_1(N_1+1)}{2} = 306 - \frac{15 \times 16}{2} = 186;$$

$$S = N_1 N_2 - K = 15 \times 24 - 186 = 174; \quad \overline{K} = \overline{S} = \frac{N_1 N_2}{2} = \frac{15 \times 24}{2} = 180$$

$$S_K = S_S = \frac{N_1 N_2}{12}(N_1 + N_2 + 1) = \frac{15 \times 24}{12}(15 + 24 + 1) = 1200$$

$$T = \left|\frac{K - \overline{K}}{s_k}\right| = 0{,}005$$

pour α = 5 % on a $z_{1-\alpha/2} = 1{,}96 > T = 0{,}005$

Ce qui veut dire qu'on peut accepter l'hypothèse H_0 que les deux sous-ensembles proviennent de la même population et que la série pluviométrique de Tissemsilt est homogène.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
An	Pluies mesurées	Pluies triées	Ech #1-X	Rangs	Ech #2-Y	Rangs	X trié	Y Dépass.	Y trié	Nbre Dépass.
1	332.4	182	332.4	9	509.6	36	304.2	20	182	15
2	462.3	285.1	462.3	30	362	15	315.2	20	285.1	15
3	315.2	291	315.2	6	370.4	17	321.5	20	291	15
4	422.9	294	422.9	24	624	38	332.4	19	294	15
5	304.2	304.2	304.2	5	494.6	33	341.8	19	321.8	12
6	341.8	315.2	341.8	10	453.4	28	355.6	18	355	10
7	391.3	321.5	391.3	21	458.5	29	372.6	12	357.7	9
8	507.1	321.8	507.1	35	487.1	31	382	12	358.3	9
9	607.8	332.4	607.8	37	395.4	22	391.3	12	362	9
10	487.3	341.8	487.3	32	436.9	25	422.9	10	364.8	9
11	382	355	382	20	355	11	462.3	5	370.4	9
12	355.6	355.6	355.6	12	442.6	26	487.3	4	371.7	9
13	639.8	357.7	639.8	39	285.1	2	507.1	2	395.4	6
14	372.6	358.3	372.6	19	371.7	18	607.8	1	397.4	6
15	321.5	362	321.5	7	357.7	13	639.8	0	436.9	5
16	509.6	364.8			364.8	16			442.6	5
17	362	370.4			358.3	14			450	5
18	370.4	371.7			500.3	34			453.4	5
19	624	372.6			294	4			458.5	5
20	494.6	382			450	27			487.1	4
21	453.4	391.3			182	1			494.6	3
22	458.5	395.4			291	3			500.3	3
23	487.1	397.4			397.4	23			509.6	2
24	395.4	422.9			321.8	8			624	1
25	436.9	436.9								
26	355	442.6								
27	442.6	450								

28	285.1	453.4								
29	371.7	458.5								
30	357.7	462.3								
31	364.8	487.1								
32	358.3	487.3								
33	500.3	494.6								
34	294	500.3								
35	450	507.1								
36	182	509.6								
37	291	607.8								
38	397.4	624								
39	321.8	639.8		L=306				S=174		K=186

Solution de l'exercice VI - 3

Nous allons appliquer la méthode de la régression linéaire aux séries pluviométriques des stations X et Y.

La série X est longue de 75 ans, celle de Y de 20 ans.

Nous allons calculer le coefficient de corrélation r, les coefficients de la droite de régression b_0 et b_1, nous allons aussi calculer les paramètres de la série X étendue, l'efficacité de l'extension et le nombre d'années efficaces.

Les données et calculs sont présentés dans le tableau suivant. La première colonne donne l'ordre dans lequel l'observation a eu lieu, par exemple il est tombé 459 et 639 mm respectivement à X et Y en 1949, c'est à dire pendant la 4ième année d'observation commune. La 2ième et la 3ième colonnes donnent les pluies triées (X et Y) à BBN et SEH, le tri des données n'est pas obligatoire. Les 4ième et 5ième colonnes donnent les carrés des pluies, la 6ième colonne donne leurs produits. La 7ième colonne donne les valeurs de Y les plus probables calculées grâce à la droite de régression.

Variables Observations	explica-tive X	à expli-quer Y	X^2	Y^2	XY	Y le plus probable
8	393	522	154449	272484	205146	586.1
4	459	639	210681	408321	293301	686.0
1	511	810	261121	656100	413910	764.6
3	522	737	272484	543169	384714	781.3
2	540	793	291600	628849	428220	808.5
12	540	776	291600	602176	419040	808.5
19	548	762	300304	580644	417576	820.6

14	549	948	301401	898704	520452	822.1
17	568	970	322624	940900	550960	850.9
16	625	872	390625	760384	545000	937.1
11	657	886	431649	784996	582102	985.5
18	659	1059	434281	1121481	697881	988.5
10	677	1140	458329	1299600	771780	1015.8
9	702	1044	492804	1089936	732888	1053.6
5	732	1169	535824	1366561	855708	1099.0
15	800	1059	640000	1121481	847200	1201.8
20	817	1499	667489	2247001	1224683	1227.6
7	820	1248	672400	1557504	1023360	1232.1
6	841	1002	707281	1004004	842682	1263.9
13	858	1288	736164	1658944	1105104	1289.6
Somme	12818	19223	8573110	19543239	12861707	

Pour étendre la série pluviométrique de la station Y on calcule $\bar{x}_k$, $\bar{y}_k$, ${}_k s_x$, ${}_k s_y$, $\bar{y}_n$, ${}_n s_y$. Les résultats sont les suivants :

$$\bar{x}_k = \frac{\sum x_i}{k} = 640{,}90\text{mm} \ ; \ \bar{y}_k = \frac{\sum y_i}{k} = 961{,}20 \text{ mm}$$

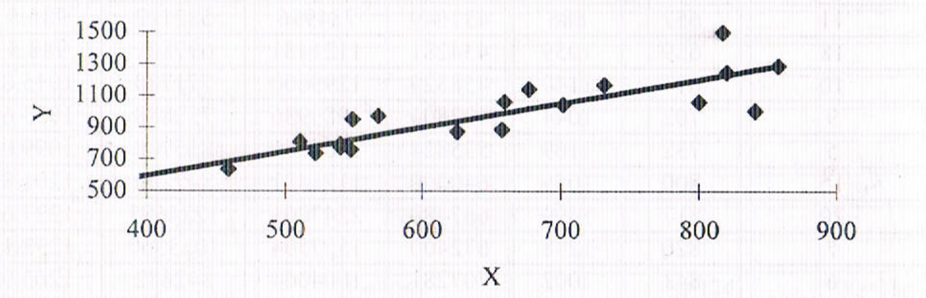
$${}_k s_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})}{k-1}} = 137{,}30\text{mm} \ ; \ {}_k s_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})}{k-1}} = 237{,}0 \text{ mm}$$

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i-1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{x})}{\sqrt{\sum_{i-1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i-1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}} = 0,876$$

$$b_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = 1{,}513$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x} = -\ 8{,}444$$

L'équation de la droite de régression est donc : Y = 1,513 X - 8,444



$X_n = 667$ mm et ${}_n\sigma_x^2 = 18\,451$ sont données

$$\hat{y}_n = r_k \frac{{}_k\sigma_y}{{}_k\sigma_x}(\bar{x}_n - \bar{x}_k) + \bar{y}_k = 1000{,}6 \text{ mm}$$

$$n\hat{\sigma}_y^2 = {}_k\sigma_y^2 + r_k^2 \frac{{}_k\sigma_y^2}{{}_k\sigma_x^2}({}_n\sigma_x^2 - {}_k\sigma_x^2) = 55259{,}76$$

L'efficacité E de la corrélation est donc :

$$E = 1 + (1 - \frac{k}{n})\frac{1-(k-2)r^2}{k-3} = 0{,}447$$

Le nombre d'années "efficaces" ou "fictives" d'observations n' est donnée égal à :

$$n' = k / E = 44,74 \cong 45 \text{ ans}$$

coef corr = 0,876	
moyXk = 640,9	ec-type Xk = 137,3
moyYk = 961,2	ec-type Yk = 237,0
var Xk = 18844,94	moy Xn = 667
var Yk = 56160,66	var Xn = 18451
moy Yn estimée = 1000,6	ec-type Xn = 135,8
var Yn estimée = 55259,76	
Efficacité E = 0,447	n ' = 44,74

La nouvelle série étendue sera longue de 45 ans c'est à dire que nous pourrions allonger notre série de 25 autres années en utilisant

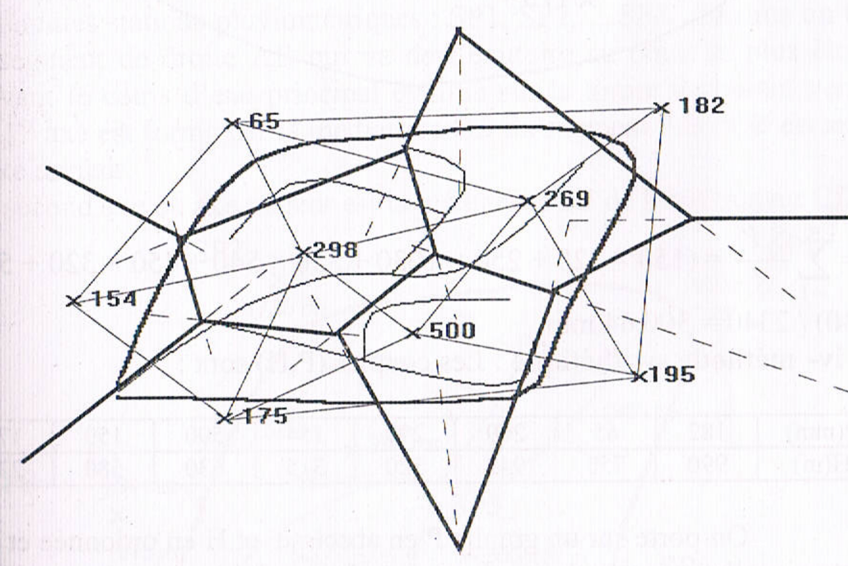
l'équation suivante, si nous disposions des valeurs correspondantes de la série X : $\hat{y}_j = r_k \frac{{}_k\sigma_y}{{}_k\sigma_x}(x_j - \bar{x}_k) + \bar{y}_k$ avec $k \langle j \leq n$

Solution de l'exercice VI-4

Pluie moyenne :

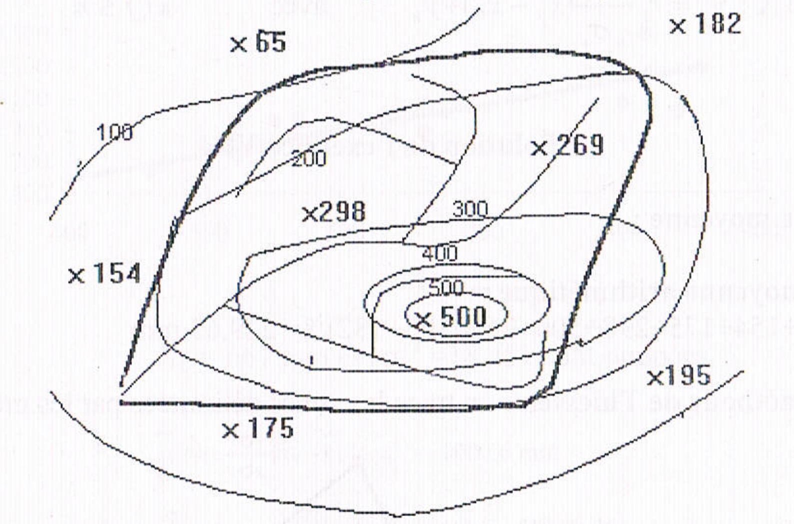
a - moyenne arithmétique =
(65 +154+175+298+500+269+195+182)/8= 229,63 mm

b - méthode de Thiessen : on trace les zones délimitées par les média-



trices des triangles formés par les différents pluviographes et l'on mesure à l'aide du planimètre les surfaces de ces zones (on peut utiliser du papier millimétré superposé à la figure pour mesurer les surfaces si l'on ne dispose pas de planimètre ; le résultat sera moins précis). La pluviométrie moyenne est donnée par : $\bar{P} = \sum_{i=1}^{n} \frac{S_i P_i}{S}$ = (175 x 235 + 153 x 130 + 298 x 620 +65 x 150 + 269 x 645 + 182 x 53 +195 x 80 + 500 x 430) / 2340 = 286,02 mm

c- méthode des isohyètes : après avoir tracé les isohyètes on mesure de la même manière les surfaces comprises entre 2 isohyètes . On trouve :



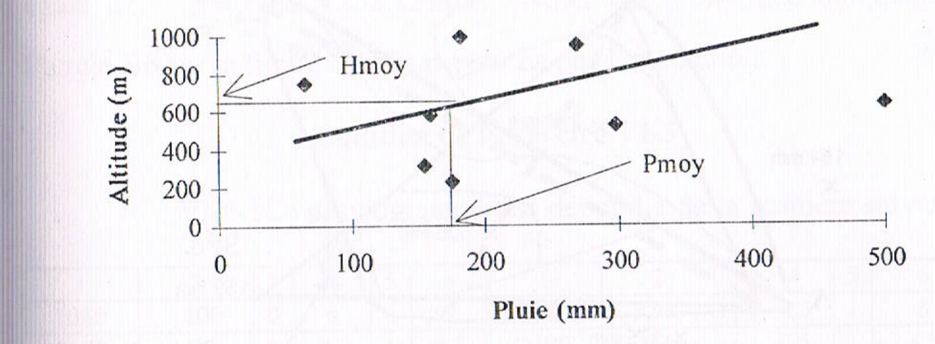
$$\overline{P} = \sum_{i=1}^{n} \frac{S_i P_i}{S} = (150 \times 320 + 250 \times 1030 + 350 \times 540 + 450 \times 320 + 500 \times 130) / 2340 = 300{,}64 \text{ mm.}$$

iv- méthode synthétique : Les couples (P,H) sont :

P(mm)	182	65	269	298	154	500	159	175
H(m)	990	750	942	520	315	630	580	230

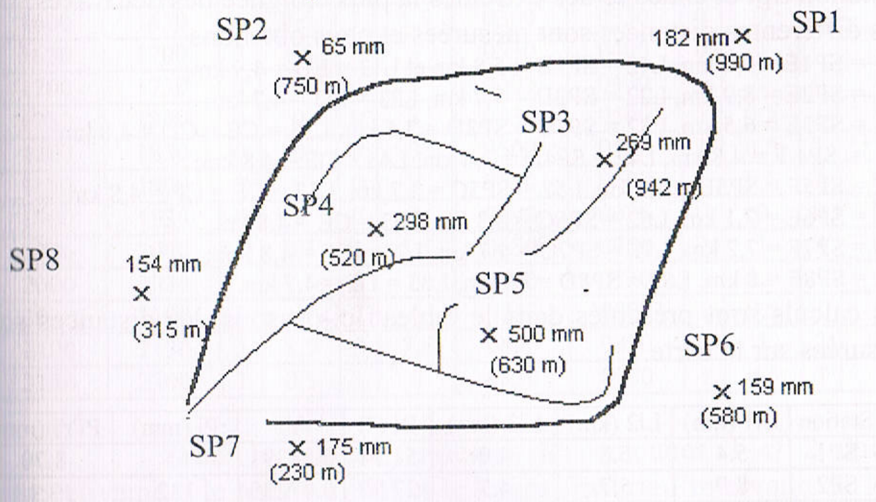
On porte sur un graphe P en abscisse et H en ordonnée et l'on ajuste visuellement une droite aux points du graphe.

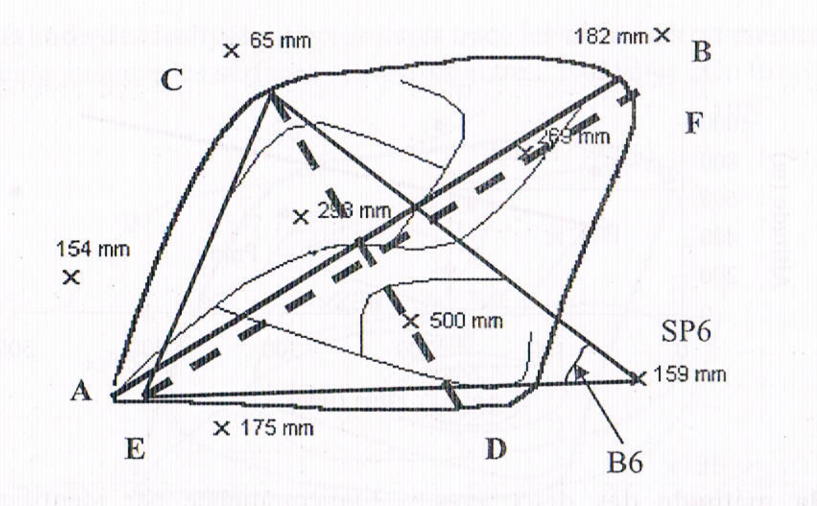
Ensuite on trace l'horizontale qui passe par l'altitude moyenne 620 m; au point de son intersection avec la droite on trace la verticale. L'intersection de cette dernière avec l'axe des pluie représente la pluie moyenne recherchée = 175 mm



e - la méthode des deux axes : On commence par identifier les différentes stations pluviométriques : SP1, SP2, …SP8. Ensuite on trace le segment de droite AB qui va de l'exutoire au point le plus éloigné suivant le cours d'eau principal et situé sur la limite du bassin versant. Le 1[er] axe est formé par la médiatrice CD du segment AB. CD est appelé l'axe mineur.

Le second axe ou axe majeur est la médiatrice EF de l'axe mineur CD.





Le coefficient de pondération de chaque station est égal à $Y_i = B_i / \sum_{i=1}^{k} B_i$ où k est égal au nombre de stations SP_i qui sont numérotées de 1 à k (1 à 8 dans cet exercice) et $B_i = \cos^{-1}\left(\frac{L_{i1}^2 + L_{i2}^2 - L_{i3}^2}{2 \times L_{i1} \times L_{i2}}\right)$, où Bi est l'angle formé par la station Spi et chacune des extrêmes la plus éloignée des deux axes.

Les différentes distances sont mesurées et nous obtenons :

L11 = SP1E = 5,4 km, L12 = SP1D = 5,8 km et L13 = ED = 4,9 km;
L21 = SP2E = 8,9 km, L22 = SP2D = 5,7 km, L23 = ED = 4,7 km;
L31 = SP3E = 6,5 km, L32 = SP3C = SP3D = 3,5 km, L33 = CE = CD = 4,8 km;
L41 = SP4 F = 4,8 km, L42 = SP4D = 3,4 km, L43 = DF = 4,8 km;
L51 = SP5F = SP5E = 4,3 km, L52 = SP5C = 3,7 km, L53 = CE = CF = 4,8 km;
L61 = SP6E = 7,1 km, L62 = SP6C = 6,3 km, L63 = CE = 4,8 km;
L71 = SP7F = 7,2 km, L72 = SP7C = 4,7 km, L73 = CF = 4,8 km ;
L81 = SP8F = 8 km, L82 = SP8D =5,6 km, L83 = DF = 4,7 km.

Les calculs sont présentés dans le tableau ci-dessous, les distances sont mesurées sur la carte.

N°	Station	Li1 (km)	Li2 (km)	Li3 (km)	Bi (°)	Yi	Pi (mm)	PiYi (mm)
1	SP1	5.4	5.8	4.9	51.74	0.13391	65	8.70
2	SP2	8.9	5.7	4.7	27.97	0.07239	182	13.18
3	SP3	6.5	3.5	4.8	46.26	0.11973	269	32.21
4	SP4	4.8	3.4	4.8	69.26	0.17926	298	53.42
5	SP5	4.3	3.7	4.8	73.31	0.18974	500	94.87
6	SP6	7.1	6.3	4.8	41.44	0.10727	159	17.06
7	SP7	7.2	4.7	4.8	41.24	0.10675	175	18.68
8	SP8	8	5.6	4.7	35.14	0.09095	154	14.01
				Somme =	386.35		Somme =	252.12

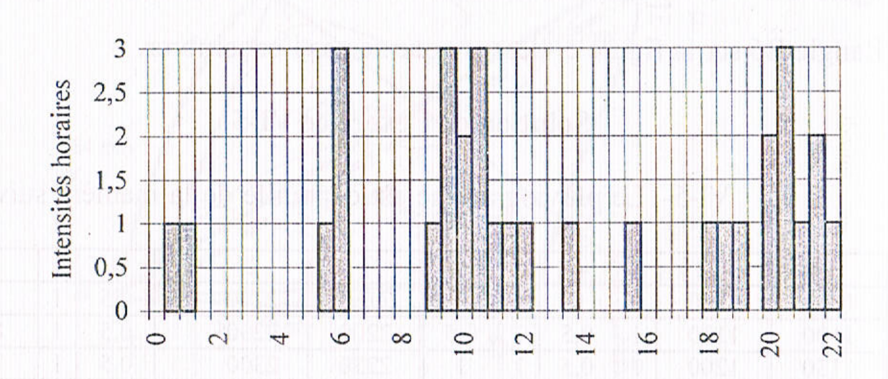
La pluie moyenne calculée par la méthode des deux axes est trouvée égale à : $\overline{P} = \sum_{i=1}^{k} Y_i P_i = 252{,}12\,\text{mm}$. Noter que l'on tracé uniquement l'angle B6 sur la figure ci-dessus pour ne pas l'encombrer.

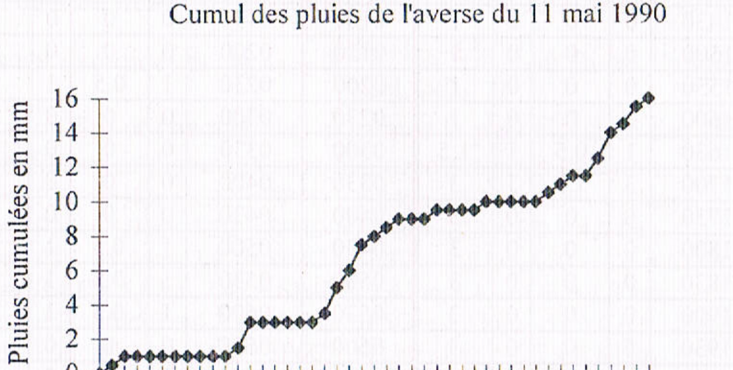
Solution de l'exercice VI-5

VI-5-1Le pluviogramme est dépouillé de la manière suivante :

1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
1030	1100	0	0	0	0	2130	2200	1	0,5	1	8
1100	1130	1	0,5	1	0,5	2200	2230	1	0,5	1	8,5
1130	1200	1	0,5	1	1	2230	2300	1	0,5	1	9
1200	1230	0	0	0	1	2300	2330	0	0	0	9
1230	1300	0	0	0	1	2330	2400	0	0	0	9
1300	1330	0	0	0	1	2400	0030	1	0,5	1	9,5
1330	1400	0	0	0	1	0030	0100	0	0	0	9,5
1400	1430	0	0	0	1	0100	0130	0	0	0	9,5
1430	1500	0	0	0	1	0130	0200	0	0	0	9,5
1500	1530	0	0	0	1	0200	0230	1	0,5	1	10
1530	1600	0	0	0	1	0230	0300	0	0	0	10
1600	1630	1	0,5	1	1,5	0300	0330	0	0	0	10
1630	1700	3	1,5	3	3	0330	0400	0	0	0	10
1700	1730	0	0	0	3	0400	0430	0	0	0	10
1730	1800	0	0	0	3	0430	0500	1	0,5	1	10,5
1800	1830	0	0	0	3	0500	0530	1	0,5	1	11
1830	1900	0	0	0	3	0530	0600	1	0,5	1	11,5
1900	1930	0	0	0	3	0600	0630	0	0	0	11,5
1930	2000	1	0,5	1	3,5	0630	0700	2	1	2	12,5
2000	2030	3	1,5	3	5	0700	0730	3	1,5	3	14
2030	2100	2	1	2	6	0730	0800	1	0,5	1	14,5
2100	2130	3	1,5	3	7,5	0800	0830	2	1	2	15,5
2130	2200	1	0,5	1	8	0830	0900	1	0,5	1	16

Dans le tableau ci-dessus les colonnes 1 et 2 donnent respectivement le temps initial et le temps final de l'intervalle, la 3ième colonne donne le nombre de basculements, la 4ième la hauteur de pluie, la 5ième l'intensité horaire et la 6ième la pluie cumulée. Ci-dessous sont portés le hyétogramme et la courbe des pluies cumulées.





VI – 5 – 2 - Courbes $\bar{i} = f(t)$: Pour trouver les Imax, on calcule les totaux pour les intervalles de temps Δt successifs (Δt = 30, 60, 120, 180, 240 et 300min) en décalant chaque fois de 15 min et l'on prend la valeur maximale trouvée pour chaque intervalle. On obtient :

Temps	1615-1645	2000-2100	1945-2145	1945-2245	1945-2345	1945-0045	1945-0145
Δt	30 min	60 min	2 h	3 h	4 h	5 h	6 h
Pmax	2 mm	3 mm	5 mm	6 mm	6 mm	6,5 mm	6,5 mm
I max	4 mm/h	3 mm/h	2,5 mm/h	2 mm/h	1,5 mm/h	1,3 mm/h	1,08mm/h

Courbe Intensités-Durées

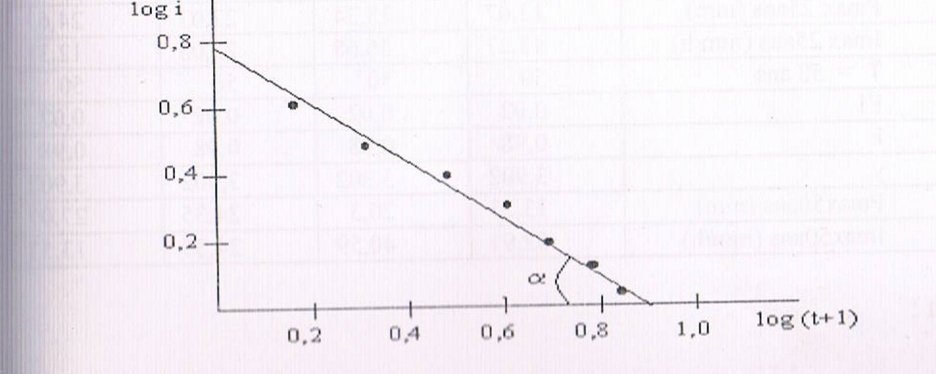
Imax (mm/h)

Durées (min)

VI - 5 – 3 - Calcul de l'intensité maximale I et de l'exposant n : les données du tableau ci-dessus nous permettent d'établir ce qui suit:

t (heures)	t+1 (heures)	$\bar{i}$ (mm/h)	log (t+1)	log $\bar{i}$
0,5	1,5	4	0,176	0,602
1	2	3	0,301	0,477
2	3	2,5	0,477	0,398
3	4	2	0,602	0,301
4	5	1,5	0,698	0,176
5	6	1,3	0,778	0,114
6	7	1,08	0,845	0,033

On porte sur un graphe log(t+1) en abscisses et logi en ordonnées.
D'après le graphe, on a :
B = 0,79 = log I d'où I = 6,16 mm/h;
et n = tang α = 0,79/ 0,89 = 0,89 d'où : $\bar{i} = \frac{6,16}{(t+1)^{0,89}}$



VI – 5 – 4 - Lame d'eau précipitée $H_T = \int_0^{22} i\,dt = \int_0^{22} \frac{6,16}{(t+1)^{0,89}} dt$

L'intégrale est de la forme $\int (a+bx)^n dx = \frac{(a+bx)^{n+1}}{b(n+1)}$

où a = b = 1 et n = - 0,89

$$H_T = 6,16 \int_0^{22} (t+1)^{-0,89} dt = 6,16 \frac{(t+1)^{0,11}}{0,11} \Big|_0^{22} = 6,16 \left[\frac{(22+1)^{0,11}}{0,11} - \frac{(1)^{0,11}}{0,11} \right]$$

$$= 6,16 \left[\frac{1,41}{0,11} - \frac{1}{0,11} \right] = 6,16 \cdot \frac{0,41}{0,11} \therefore H_T = 22,96 \ mm \cong 23 \ mm$$

Solution de l'exercice VI-6

VI - 6 On commence par ajuster une loi de Gumbel à chaque série. Pour cela on calcule les paramètres $1/\alpha$ et x_0 pour chaque série.

Durée de l'averse(min)	15	30	60	120
1/α	1,65	2,78	3,29	3,47
xo (mm)	6,79	9,45	11,51	13,53
T = 2 ans	2	2	2	2
F1	0,5	0,5	0,5	0,5
F	0,5	0,5	0,5	0,5
y	0,367	0,367	0,367	0,367
Pmax 2ans (mm)	7,395	10,47	12,72	14,8
Imax 2ans (mm/h)	29,58	20,94	12,72	7,401
T = 25 ans	25	25	25	25
F1	0,04	0,04	0,04	0,04
F	0,96	0,96	0,96	0,96
y	3,199	3,199	3,199	3,199
Pmax 25ans (mm)	12,07	18,34	22,03	24,63
Imax 25ans (mm/h)	48,27	36,68	22,03	12,31
T = 50 ans	50	50	50	50
F1	0,02	0,02	0,02	0,02
F	0,98	0,98	0,98	0,98
y	3,902	3,902	3,902	3,902
Pmax50ans (mm)	13,23	20,3	24,35	27,07
Imax50ans (mm/h)	52,91	40,59	24,35	13,53

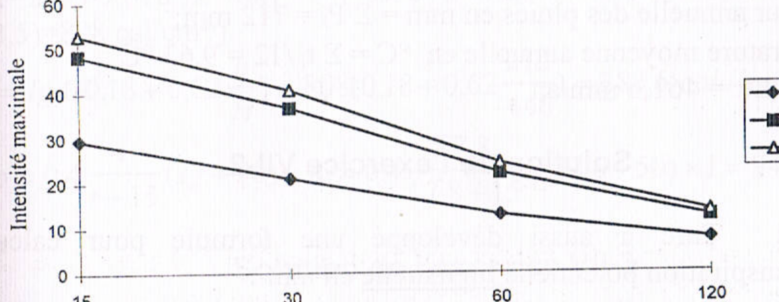
où :

$1/\alpha = 0,78$ s ; $x_0 = \bar{x} - 0,577/\alpha$;

T = période de retour ; $F_1 = 1/T$; $F = 1 - F_1$;

$y = -(\ln(-\ln F))$; $P_{max} = (1/\alpha)\,y + x_0$ et $I_{max} = \frac{P_{max} \times 60 \text{ min}}{\Delta t}$

Courbes Intensités-Durées-Fréquences (IDF)



SOLUTIONS DES EXERCICES DU CHAPITRE N°7

Solution de l'exercice VII - 1

VII - 1 La formule de Turc pour l'évaporation réelle (en mm) est :

$$Etr = P / \sqrt{0,9+P^2/L^2}$$

où $L = 300 + 25t + 0,05t^3 = 585,4$ mm,

P = hauteur annuelle des pluies en mm = $\Sigma P_i = 712$ mm;

t = température moyenne annuelle en °C = $\Sigma t_i /12 = 9,63$ °C

on trouve Etr = 461,6 mm/an

Solution de l'exercice VII-2

VII - 2 Turc a aussi développé une formule pour calculer l'évapotranspiration potentielle **mensuelle** en mm :

$$Etp = 0,4\frac{t}{t+15}(I_g + 50)K$$

où t = température mensuelle de l'air en °C,

I_g = radiation globale moyenne mensuelle reçue au sol en calories/cm²/jour.

K = coefficient égal à 1 si l'humidité relative h_r est supérieure à 50%

sinon $K = 1 + \frac{50 - h_r}{70}$

$$I_g = I_g A(0,18+0,62\frac{h}{H})$$

où I_gA = radiation globale théorique en cal / cm² / jour,

H = durée théorique du jour du mois en heures,

h = durée d'insolation en heures / mois.

I_gA = 1035 - 9,076 Lat + (7,050 Lat + 49,90) cos(29,9 i - 182,5)

H = 362,7 + 0,2101 Lat + (4,085 Lat - 80,99) cos (30,01 i - 188,9)

où i = le numéro du mois (1 pour janvier et 12 pour décembre)

la quantité entre parenthèse après le cosinus est exprimée en degrés.

Dans notre cas : $h_r > 50\% \rightarrow K = 1$

Pour février on a :

H = 362,7 + 0,2101 x 48,7 + (4,085 x 48,7 - 80,99) cos (30,01 x 2 - 188,9 = 299,55 heures,

I_gA = 1035 - 9,076 x 48,7 + (7,050 x 48,7 + 49,90) cos(29,92 x 2 - 182,5) = 381 cal / cm² / jour.

$$I_g = IgA(0,18 + 0,62\frac{h}{H}) = 381(0,18 + 0,62\frac{70}{299,55}) = 123,8 cal / cm^2 / j$$

$$\therefore Etp = 0,4\frac{t}{t+15}(Ig + 50) \times K = 0,4\frac{1,9}{1,9+15}(123,8 + 50) \times 1 = 7,82mm$$

Pour le mois d'avril on a:

H=362,7+0,2101 x 48,7 + (4,085 x 48,7 - 80,99) cos (30,01 x 8 - 188,9) = 446,9 heures

IgA=1035-9,076 x 48,7 + (7,050 x 48,7 + 49,90)cos(29,92 x 8 - 182,5)=808 cal/cm²/j

$$Ig = IgA(0,18 + 0,62\frac{h}{H}) = 808(0,18 + 0,62\frac{212}{446}) = 383,6 cal / cm^2 / jour$$

$$Etp = 0,4\frac{t}{t+15}(Ig + 50) \times K = 0,4\frac{17,8}{17,8+15}(383,6 + 50) \times 1 = 94,12mm$$

Solution de l'exercice VII-3

VII - 3 Thornthwaite a développé la formule suivante pour calculer l'évapotranspiration **mensuelle** (Etp) :

$$Etp = 16\left(10\frac{t}{I}\right)^a K$$

où : I = indice thermique annuel = $\sum_1^{12} i$,

i = indice thermique mensuel = $\left(\frac{t}{5}\right)^{1,5}$,

t = température moyenne mensuelle,

K = coefficient d'ajustement mensuel,

$$a = \frac{1,6}{100}I + 0,5.$$

Ensuite on dresse le tableau suivant pour les calculs :

mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
T(°C)	0,9	1,9	5,8	9,3	13,1	16,4	18,2	17,8	15	9,9	5,4	1,9
K	0,73	0,78	1,02	1,15	1,32	1,33	1,33	1,24	1,05	0,91	0,75	0,70
i	0,076	0,23	1,25	2,54	4,24	5,94	6,94	6,71	5,20	2,79	1,12	0,23
Etp(mm)	2,46	5,96	26,5	50,13	83,75	108	121	110,1	77,3	42,5	18	5,35

I = Σ i = 37,27 ; a = (1,6 / 100) I + 0,5 = 1,096

$$\text{Etp annuelle} = \sum_1^{12} Etp\ mensuelle = 651\ mm$$

Exemple de calcul :

pour avril on a : t = 9,3°C; K = 1,15 $\therefore\ i = \left(\frac{t}{5}\right)^{1,5} = \left(\frac{9,3}{5}\right)^{1,5} = 2,54$

pour juillet on a : t = 18,2°C; K = 1,33 $\therefore\ i = \left(\frac{t}{5}\right)^{1,5} = \left(\frac{18,2}{5}\right)^{1,5} = 6,94$

d'où I = Σ i = 37,27 et $a = \frac{1,6}{100} \times 37,27 + 0,5 = 1,096$

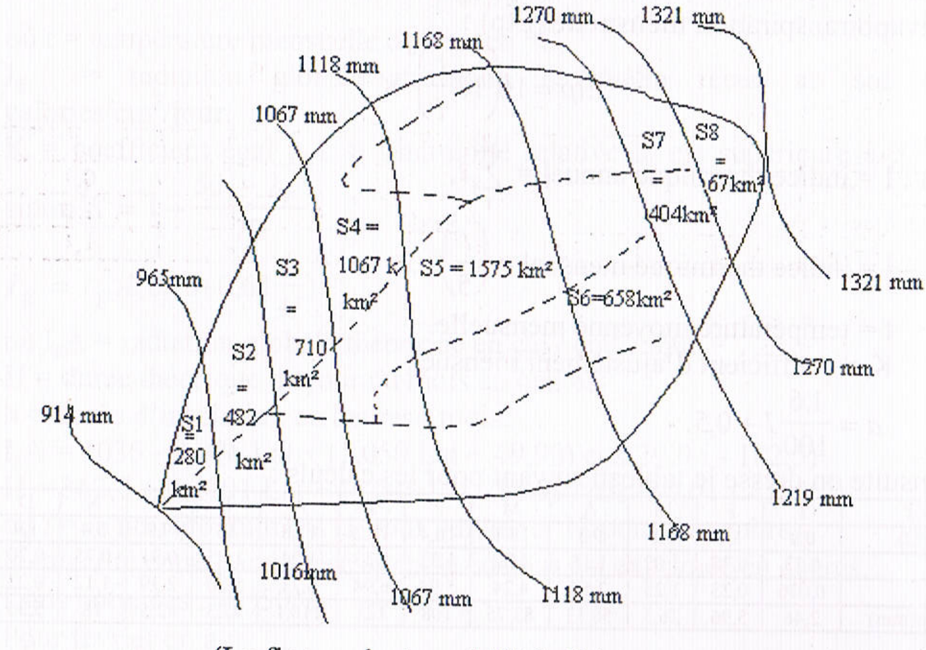
$$Etp_4 = 16\left[10\frac{t}{I}\right]^a \times K = 16\left[10\frac{9,3}{37,27}\right]^{1,096} \times 1,15 = 50,13\ mm$$

d'où

$$Etp_7 = 16\left[10\frac{t}{I}\right]^a \times K = 16\left[10\frac{9,3}{37,27}\right]^{1,096} \times 1,33 = 120,97 \cong 121\ mm$$

Solution de l'exercice VII - 4

VII - 4 -a lame précipitée Lp = ?



(La figure n'est pas à l'échelle)

$$Lp = \frac{\sum SiPi}{\sum Si} = \frac{[(1321+1270)/2]\times 67 + [(1270+1219)/2]\times 404}{67 + 404}$$

$$\frac{+[(1219+1168)/2]\times 658 + [(1168+1118)/2]\times 1575}{658 + 1575}$$

$$\frac{+[(1118+1067)/2]\times 1067 + [(1067+1016)/2]\times 710}{1067 + 1016}$$

$$\frac{+[(1016+965)/2]\times 482 + [(965+914)/2]\times 280}{482 + 280} = \frac{5\ 820\ 766}{5\ 243}$$

$= 1110\ mm$

VII – 4 - b débit = Q = 79,5 m³/s ; t = 1 an = 31 536 000 secondes ;
Volume = V = Qt = 79,5 x 31 536 000 = 2 507,112 x 10^6 m³
Lame ruisselée = Lr = V/S =0,478 m ou 478 mm

VII – 4 - c Coefficient de ruissellement = C = Lr/Lp = 478 / 1110 = 0,43
VII – 4 - d Lp = Lr + Ev + Infiltration; Infiltration = 0;
d'où Ev = Lp - Lr = 1110 - 478 = 632 mm

Solution de l'exercice N° VII - 5

Jours	1	2	3	4	5
P (mm)	0	6,5	1,2	0	0,1
Eau ajoutée	2,9	5,5	0,7	2,8	1,0
Evap (mm)	2,9	12,0	1,9	2,8	1,1

Evaporation totale = 2,9 + 12,0 + 1,9 + 2,8 + 1,1 = 20,7 = Eb
E = Eb × C = 20,7 × 0,7 = 14,49 mm.

SOLUTIONS DES EXERCICES DU CHAPITRE N° 8

Solution de l'exercice VIII-1

VIII - 1.on porte les données sur du papier graphique tel que montré dans la figure ci-dessous.

L'équation du bilan donne :

Pluie nette = Pluie totale - Infiltration - Accumulations =

[(1 + 1,3 + 4,5 + 2,1 + 1,1 + 0,3 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,2 + 0,1) x 1h] - [(0,6 + 0,4 + 0,35 + 0,3 + 0,25 + 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2) x 1h] - [(0,5) x 1h] = 9,5 cm

Intensités Cm / h

Pluie

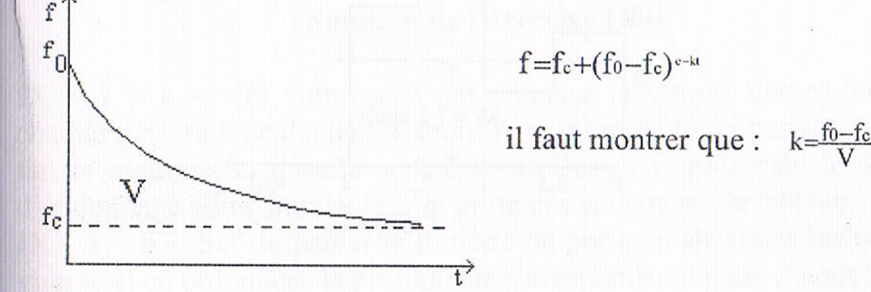
Accumulations dans les dépressions

Infiltration

temps (heures)

Solution de l'exercice VIII - 2

VIII - 2. a L'équation de Horton est :



$f = f_c + (f_0 - f_c) e^{-kt}$

il faut montrer que : $k = \frac{f_0 - f_c}{V}$

$$F = \int_0^\infty f dt = \int_0^\infty (f_c + (f_0 - f_c)\ e^{-kt})dt =$$

$$f_c t\Big|_0^\infty + \int_0^\infty (f_0 - f_c)e^{-kt} = f_0\Delta t + (f_0 - f_c)\int_0^\infty e^{-kt}dt$$

$$= f_c\Delta t - \frac{1}{k}(f_0 - f_c)\left[e^{-kt}\right]_0^\infty = f_c\Delta t - \frac{1}{k}(f_0 - f_c)[0-1]$$

$$= -f_c\Delta t + \frac{1}{k}(f_0 - f_c);\ on\ \ sait\ \ que\ V = F - f_c\Delta t\ \ d'où$$

$$V = f_c\Delta t - f_c\Delta t + \frac{1}{k}(f_0 - f_c)\quad \therefore k = \frac{f_0 - f_c}{V}$$

b - on a f_0 = 4,5 cm/h; f_c = 0,5 cm/h et F = 30 cm

V = F - $f_c\Delta t$ = 30 - 0,5 x 10 = 25 cm et $k = \frac{f_0 - f_c}{V} = \frac{4,5 - 0,5}{25} = 0,16\ h^{-1}$

Solution de l'exercice VIII - 3

VIII – 3 - Pluie totale = intensité × durée :

P = 10 (1/2) + 5 (1/2) +15 (1/2) + 12,5 (1/2) = 21,25 cm

supposons 5 < ϕ < 10 cm / h

on a (10 - ϕ)x 0,5 + (15 - ϕ)x 0,5 +(12,5 - ϕ)x 0,5 = 7,5 cm

d'où ϕ = 7,5 cm

Si on avait supposé ϕ < 5 on aurait trouvé ϕ > 5cm/h et notre hypothèse serait fausse.

Si on avait supposé ϕ > 10 on aurait trouvé ϕ < 10cm/h

Vérifier vous-mêmes.

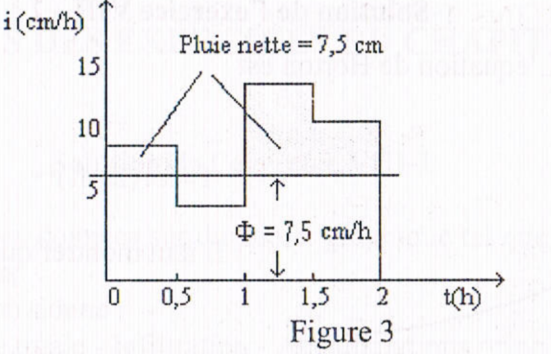


Figure 3

SOLUTIONS DES EXERCICES DU CHAPITRE N° 9

Solution de l'exercice IX-1

IX – 1 – a - On commence par calculer la vitesse correspondant à chaque mesure en calculant d'abord le nombre de tours par seconde que fait le moulinet et ensuite la vitesse de l'eau en appliquant la formule d'étalonnage correspondante. On porte ces valeurs sur le tableau.

IX – 1 – b - Sur du papier millimétré on porte en abscisses les vecteurs vitesse et en ordonnées la profondeur correspondante pour chaque section afin d'obtenir le débit spécifique de qi de chaque section Si (voir Fig. 1).

IX – 1 – c - Sur une nouvelle feuille de papier millimétré on porte en abscisses les abscisses des verticales auxquelles ont été faites les mesures et en ordonnées les débits spécifiques qi trouvés en b.

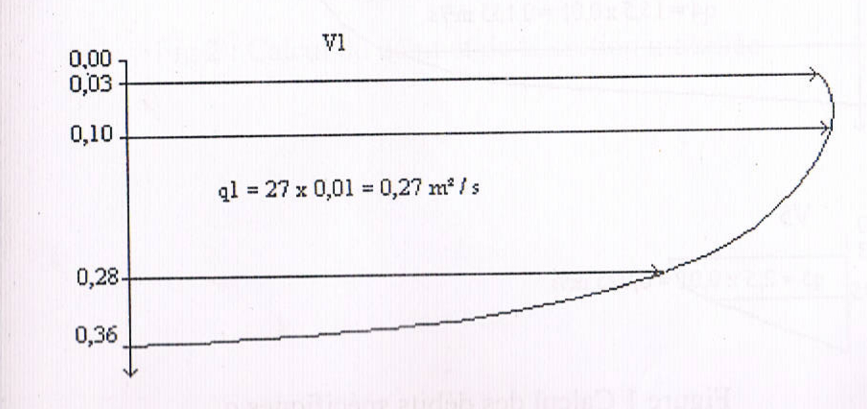
La surface sous la courbe représente le débit de l'oued pendant le jaugeage. On trouve Q = 38,84 m3/s.

IX – 2 - La section mouillée est déterminée graphiquement (Fig. 2). On trouve $S = 42,5\ m^2$.

IX – 3 - La vitesse moyenne de l'écoulement est:

V = Q / S = 38,84 / 42,5 = 0,92 m/s.

Echelle :



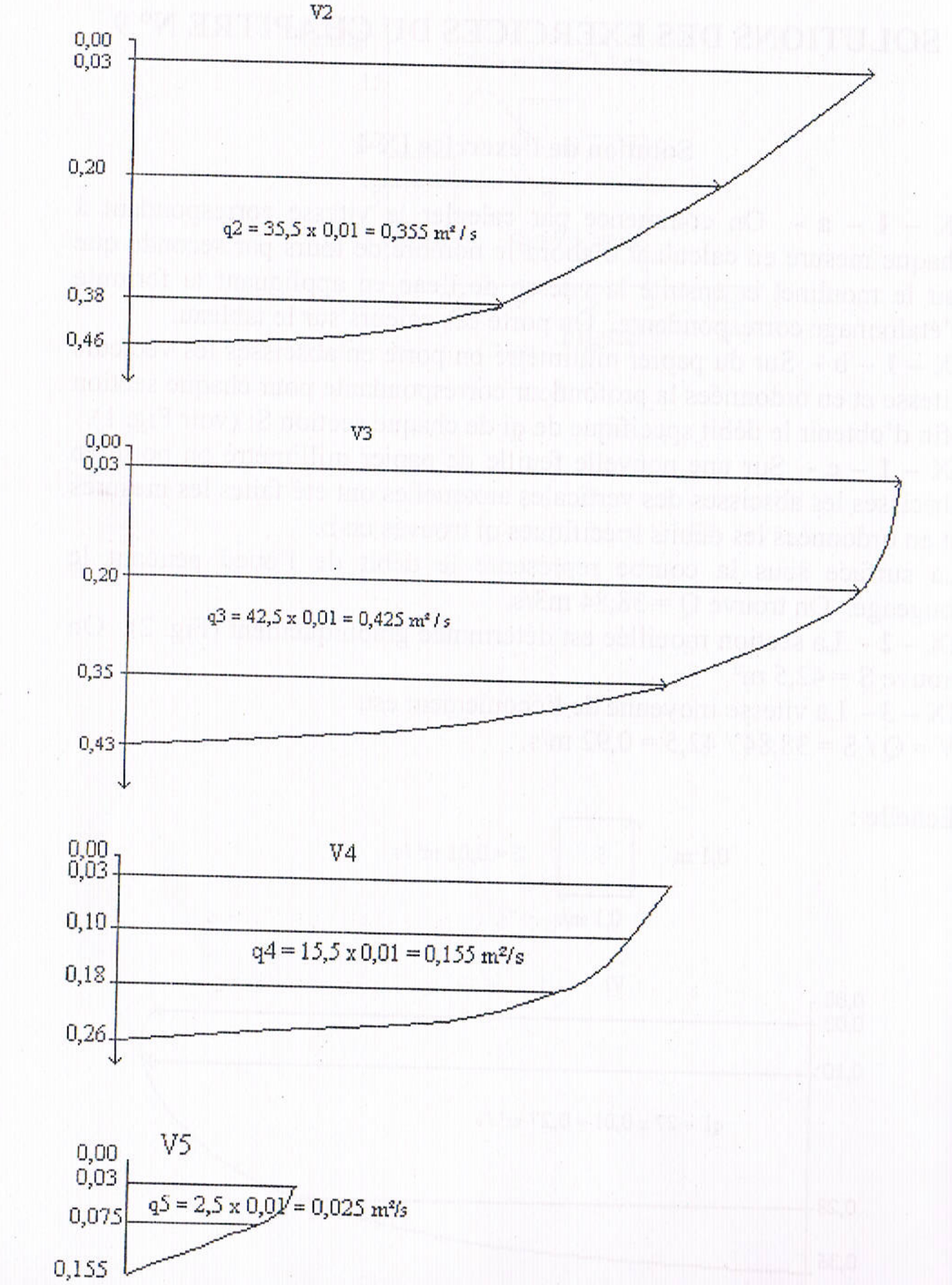


Figure 1 Calcul des débits spécifiques q_i

Echelle

0,1 m²/s

1 m

0,1 m

qi = débits spécifiques

Débit total Q
Q = 38,84 m3/s

q1 q2 q3 q4 q5

RD RG

p1 p2 p3 p4 p5

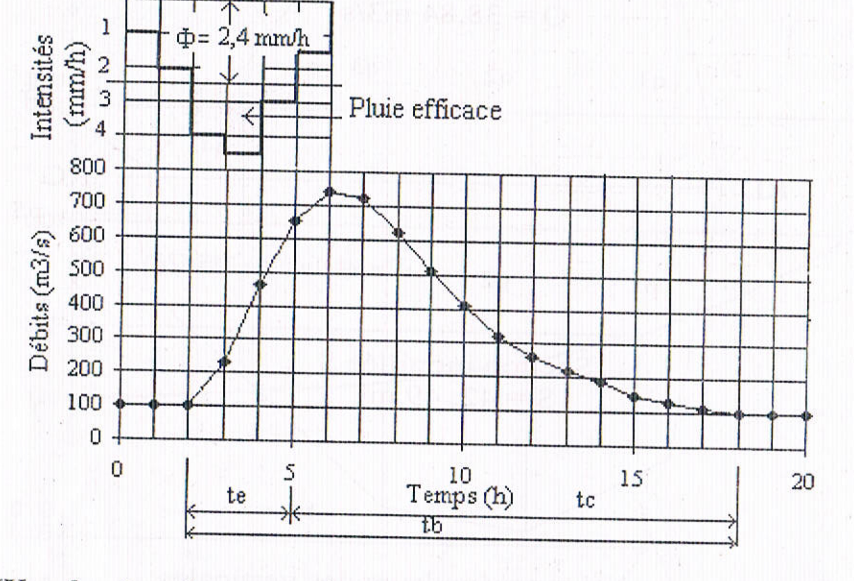
Section mouillée S
S = 42, 49 m²

pi = profondeurs des verticales

Fig 2 : Calcul du débit et de la section mouillée

Solution de l'exercice IX-2

IX – 2 – a - Calcul de la pluie efficace Pe: avant toute chose, il y a lieu de porter sur du papier graphique le hyétogramme et l'hydrogramme correspondant.
La pluie efficace est la pluie qui contribue à l'écoulement, c'est donc la surface de l'hyétogramme située au dessus de ϕ. Donc:
Pe = (4 - 2,4)mm/h x 1h + (4,5 - 2,4) mm/h x 1h + (3 - 2,4) mm/h x 1h = 4,3 mm
La pluie efficace débute à 2h, finit à 5h et dure donc 3h; donc: te = 3h



IX – 2 – b - Le temps de base tb est égal à la durée du ruissellement direct qu'on lit sur le graphe ou le tableau de l'hydrogramme. Le ruissellement direct commence à 2h et se termine à 18h, sa durée est donc égale à :

tb = 18 - 2 = 16 h

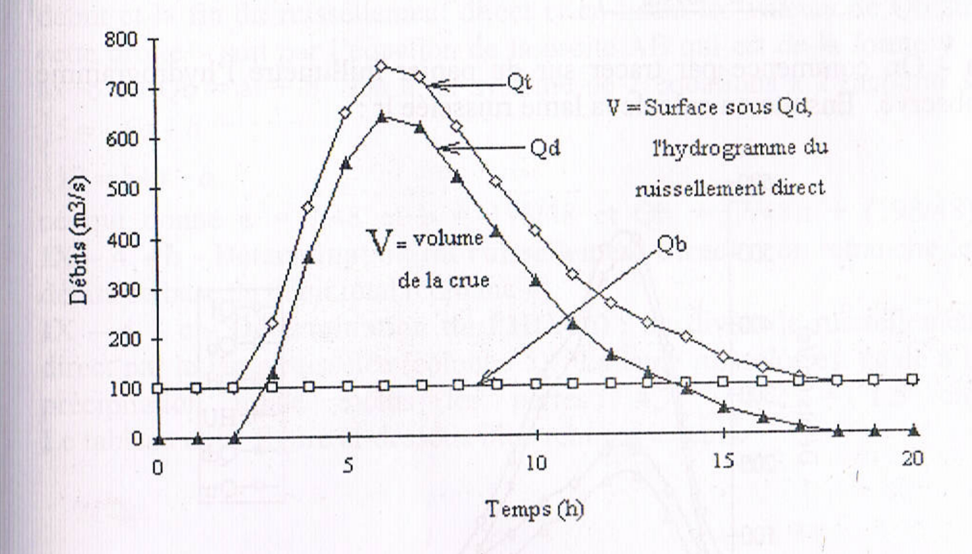
Comme tb = te + tc, on a donc tc = tb - te = 16 - 3 = 13h; donc une goutte de pluie met 13 h pour parcourir la distance qui sépare le point le plus éloigné du bassin versant de son exutoire.

IX – 2 – c - Dans le tableau ci-dessous nous avons calculé le ruissellement direct.
La surface du bassin versant est égale au volume du ruissellement direct divisé par la pluie efficace:

S = V / Pe

Le volume du ruissellement direct est égal à la surface A sous l'hydrogramme du ruissellement direct:
A = V = (130 + 360 + 550 + 640 + 620 + 520 + 410 + 310 + 220 + 160 + 120 + 90 + 50 + 30 + 10)m^3/s x 3600s = 15,192 Mm^3
S = 15,192 Mm^3 / 2,4 mm = 6330 km²

(1)	(2)	(3)	(4) = (2) - (3)	(1)	(2)	(3)	(4) = (2) - (3)
t(h)	Qt (m3/s)	Qb(m3/s)	Qd(m3/s)	t(h)	Qt (m3/s)	Qb(m3/s)	Qd(m3/s)
0	100	100	0	11	320	100	220
1	100	100	0	12	260	100	160
2	100	100	0	13	220	100	120
3	230	100	130	14	190	100	90
4	460	100	360	15	150	100	50
5	650	100	550	16	130	100	30
6	740	100	640	17	110	100	10
7	720	100	620	18	100	100	0
8	620	100	520	19	100	100	0
9	510	100	410	20	100	100	0
10	410	100	310				

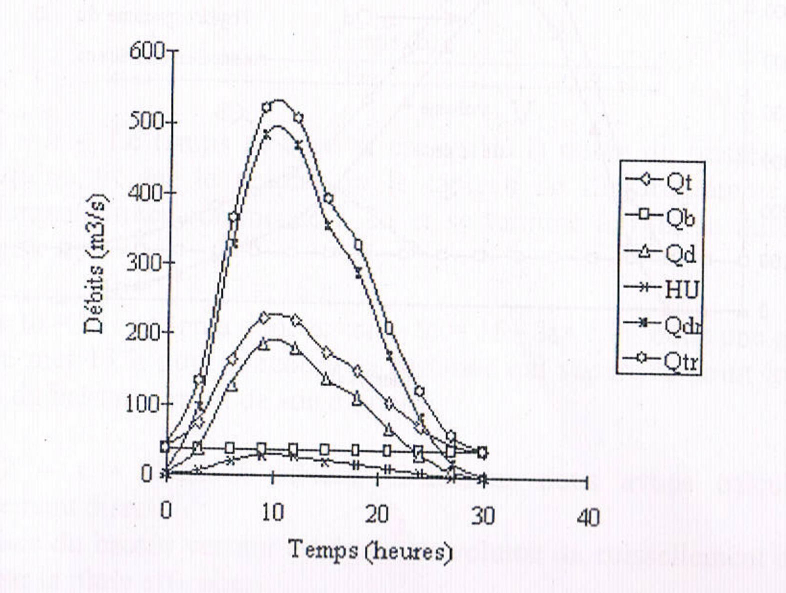


Solution de l'exercice IX - 3

Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

(1)	(2)	(3)	(4) = (2) - (3)	(5) = (4) / 6,44	(6) = (5) x 16,6	(7)=(6)+(3)
t (h)	Qt	Qb	Qd	HU	Qdr	Qtr
0	37,5	37,5	0	0,0	0,0	37,5
3	75	37,5	37,5	5,8	96,7	134,2
6	165	37,5	127,5	19,8	328,6	366,1
9	225	37,5	187,5	29,1	483,3	520,8
12	220	37,5	182,5	28,3	470,4	507,9
15	176	37,5	138,5	21,5	357,0	394,5
18	150	37,5	112,5	17,5	290,0	327,5
21	105	37,5	67,5	10,5	174,0	211,5
24	70,6	37,5	33,1	5,1	85,3	122,8
27	45,7	37,5	8,2	1,3	21,1	58,6
30	37,5	37,5	0	0,0	0,0	37,5
			Σ = 894,8			

a - On commence par tracer sur du papier millimétré l'hydrogramme observé. Ensuite on calcule la lame ruisselée lr :



b - $lr = \frac{V}{S_{BV}} = \frac{\sum Q_d \times pas de temps}{S_{BV}} = \frac{894,8 m^3/s \times 3h \times 3600s}{1500 km^2 \times 10^6 m^2/km^2} = 6,44 mm$

Les ordonnées de l'HU sont obtenues en faisant le rapport entre les valeurs des débits observés pour chaque pas de temps sur la lame ruisselée. Ensuite on trace l'HU.

c - Vu que la durée de l'averse est de 4 heures, c'est-à-dire identique à celle de l'HU ; pour obtenir l'hydrogramme net recherché on multiplie les ordonnées de l'HU par la lame ruisselée. L'hydrogramme recherché est obtenu en ajoutant le débit de base à l'hydrogramme net qu'on vient de trouver. Noter que dans cet exercice le débit de base est constant et la durée de l'averse égale à celle de l'HU ; quand ils sont différents une autre méthode (semblable toutefois) doit être utilisée.

Solution de l'exercice IX – 4

IX – 4 – a - Détermination du débit de base : on peut déterminer le débit de base : - soit graphiquement en traçant une ligne droite entre le début et la fin du ruissellement direct et en lisant les valeurs de Qb sur cette droite. - soit par l'équation de la droite AB qui est de la forme y = ax+b ou Qb = at + b. On a un système de 2 équations à 2 inconnues:

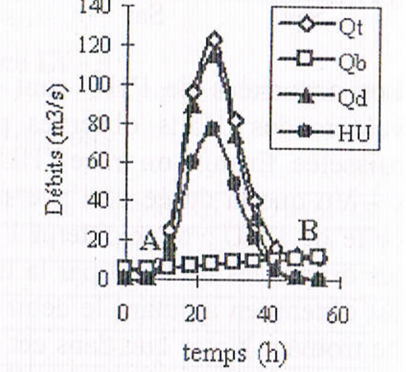
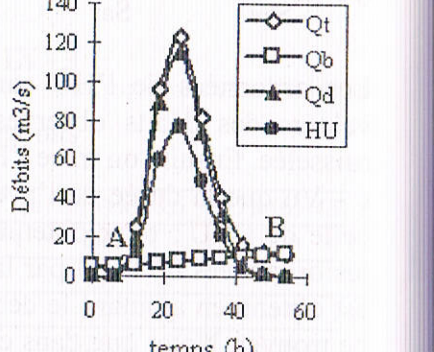
$$\begin{cases} 5 = 6a + b \\ 12 = 54a + b \end{cases}$$

ce qui donne a = 7/48 et b = 198/48 et Qb = (7/48)t + (198/48).

IX – 4 – b - Détermination du ruissellement direct : on retranche les débits de base du débit total (colonne 4).

IX – 4 – c - Détermination de l'HU(6h) : on divise le ruissellement direct par la lame ruisselée (colonne 5). La lame ruisselée est égale à la précipitation totale moins les pertes : 4,7 - 3,2 = 1,5 cm. Le tableau et la figure ci-dessous illustrent ces calculs.

(1)	(2)	(3)	(4) = (2) - (3)	(5) = (4) / 1,5
T(h)	Qt	Qb	Qd	HU(2h)
0	5	5	0	0
6	5	5	0	0
12	25	5,9	19,1	12,8
18	96	6,8	89,3	59,5
24	123	7,6	115,4	76,9
30	82	8,5	73,5	49,0
36	41	9,4	31,6	21,1
42	17	10,3	6,8	4,5
48	13	11,1	1,9	1,3
54	12	12	0	0

Solution de l'exercice IX - 5

IX – 5 – a - ruissellement direct = débit total (Qt) - débit de base (Qb) (colonne 4).

IX – 5 – b - lame ruisselée =

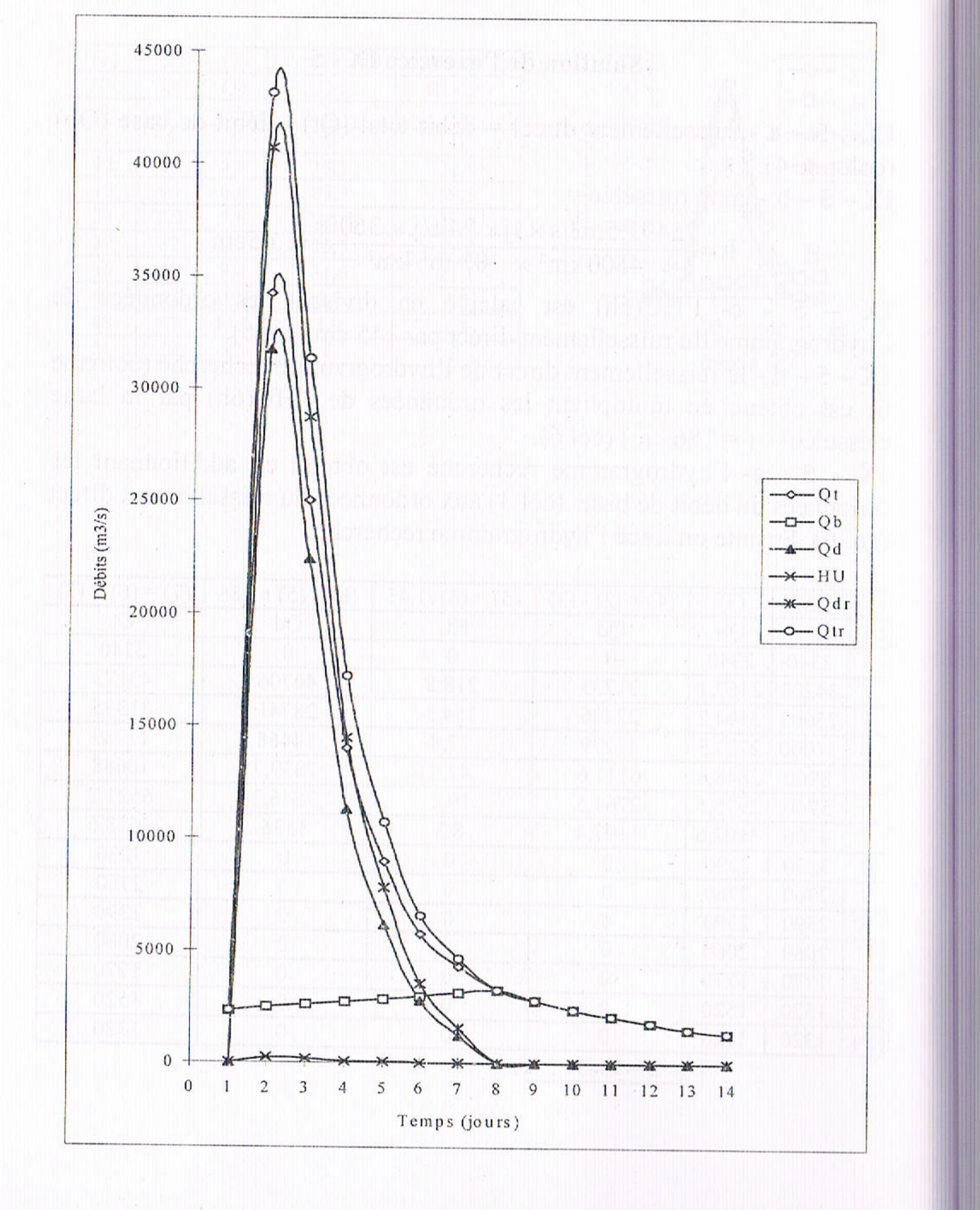
$$lr = \frac{75491{,}5 m3/s \times 1j \times 24h/j \times 3600s}{4500 km^2 \times 10^6\ m^2/km^2} = 1{,}45 cm$$

IX – 5 - c- l'HU(6h) est calculé en divisant les ordonnées de l'hydrogramme du ruissellement direct par 145 cm (col.5).

IX – 5 – d - le ruissellement direct de l'hydrogramme recherché (colonne 6) est obtenu en multipliant les ordonnées de l'HU(6h) par la lame ruisselée (= 186 cm) (col 6).

IX – 5 - e- l'hydrogramme recherché est obtenu en additionnant les ordonnées du débit de base (col 3) aux ordonnées du ruissellement direct (col 6) .Ensuite on trace l'hydrogramme recherché.

(1)	(2)	(3)	(4) = (2) - (3)	(5) = (4) /1,45	(6) = (5) x 186	(7) = (6) + (3)
t(j)	Qt	Qb	Qd	HU	Qd	Qt
1	2340	2340	0	0	0	2340
2	34200	2467,1	31733	218,8	40706	43173
3	25000	2594,2	22406	154,5	28741	31335
4	14000	2721,3	11279	77,8	14468	17189
5	8960	2848,4	6111,6	42,1	7839,7	10688
6	5740	2975,5	2764,5	19,1	3546,2	6521,7
7	4300	3102,6	1197,4	8,3	1536	4638,6
8	3230	3230	0	0	0	3230
9	2760	2760	0	0	0	2760
10	2390	2390	0	0	0	2390
11	2060	2060	0	0	0	2060
12	1770	1770	0	0	0	1770
13	1520	1520	0	0	0	1520
14	1320	1320	0	0	0	1320
			Σ = 75491,5			



Solution de l'exercice IX - 6

On établit le tableau suivant qui sera complété au fur et à mesure que l'on avance dans les calculs :

1	2	3	4	5	6	7
Temps	P (mm)	I(mm/h)	Qt(m^3/s)	Qb	Qd	Pe (mm)
20 : 30	0	0	5,8	8	0	0
21 : 00	3,8	7,6	7	8	0	0
21 : 30	6,6	13,2	8	8	0	0,825
22:00	33,8	67,6	23,5	8	15,5	28,025
22 : 30	55,9	111,8	65,8	8	57,8	50,125
23 : 00	52,8	105,6	161,3	8	153,3	47,025
23 : 30	5,1	10,2	270	8	262	0
24 : 00	2,3	4,6	312,2	8	304,2	0
00 : 30	0	0	233,2	8	225,2	
01 : 00	0	0	122,4	8	114,4	
01 : 30	0	0	63,6	8	55,6	
02 : 00	0	0	51	8	43	
02 : 30	0	0	34,8	8	26,8	
03 : 00	0	0	20,2	8	12,2	
03 : 30	0	0	11,2	8	3,2	
04 : 00	0	0	10,1	8	2,1	
04 : 30	0	0	8,6	8	0,6	
05:30			7	8	0	

Les pluies moyennes sur le bassin versant ont été obtenues à partir de deux pluviographes situés sur le basin versant et pour lesquels on a calculé la pluie moyenne par la méthode de Thiessen. Les hauteurs de pluies données sur la colonne 2 sont les pluies tombées pendant des intervalles de temps $\Delta t = ½$ heure, c'est à dire pendant chaque demi heure.

Les intensités horaires sont données dans la colonne 3.

La colonne 4 indique les débits totaux Qt.

La colonne 5 montre le débit de base Qb, qui est égal à 8 m^3/s.

La colonne 6 donne le ruissellement direct Qd, qui est égal au débit total diminué du débit de base. Le ruissellement direct commence à 21h 30 min. Qt, Qb et Qd sont représentés dans la figure ci-dessous.

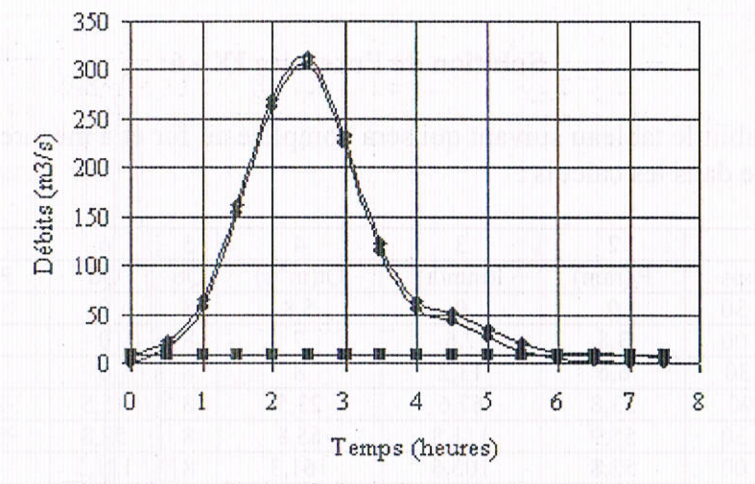


Figure IX – 6 - 1 : Calcul du ruissellement direct

On calcule ensuite le volume du ruissellement direct Vd et la lame ruisselée Lr.

$$Vd = \sum_{1}^{13} Qd \times \Delta t = (15{,}5 + 57{,}8 + 153{,}3 + 252 + 304{,}2 + 225{,}2 + 114{,}4 + 55{,}6 + 43$$

$$+ 26{,}8 + 12{,}2 + 3{,}2 + 2{,}1 + 0{,}6) \times 0{,}5h = 1275{,}9\ m^3/s \times 0{,}5\ h \times 3600\ s/h = 2{,}30\ Mm^3$$

$$Lr = \frac{Vd}{S_{BV}} = \frac{2\ 300\ 000 m^3}{18{,}2 km^2 \times 10^6\ m^2/km^2} = 0{,}126\ m = 126\ mm$$

Maintenant on calcule l'indice Φ par essais successifs :

On tente $11{,}2\ mm/h < \Phi < 13{,}2\ mm/h$

$(13{,}2 - \Phi) \times 0{,}5h + (67{,}6 - \Phi) \times 0{,}5h + (111{,}8-\Phi) \times 0{,}5h + (105{,}6-\Phi) \times 0{,}5h = 126\ mm$

$\rightarrow\ 149{,}1 - 2\Phi = 126\ \rightarrow\ \Phi = (149{,}1 - 126)/2 = 11{,}55$ mm/h.

Φ se trouve dans l'intervalle (11,2 mm/h -13,2 mm/h) donc OK. La première tentative a été la bonne. Sinon on aurait choisi un autre intervalle pour voir si Φ s'y trouverait.

On trace le hyétogramme de la pluie efficace : on porte la ligne horizontale Φ = 11,55 mm/h sur la figure et on calcule les différentes pluies efficaces sur le tableau colonne 7. La surface hachurée sur l'hyétogramme représente la pluie efficace.

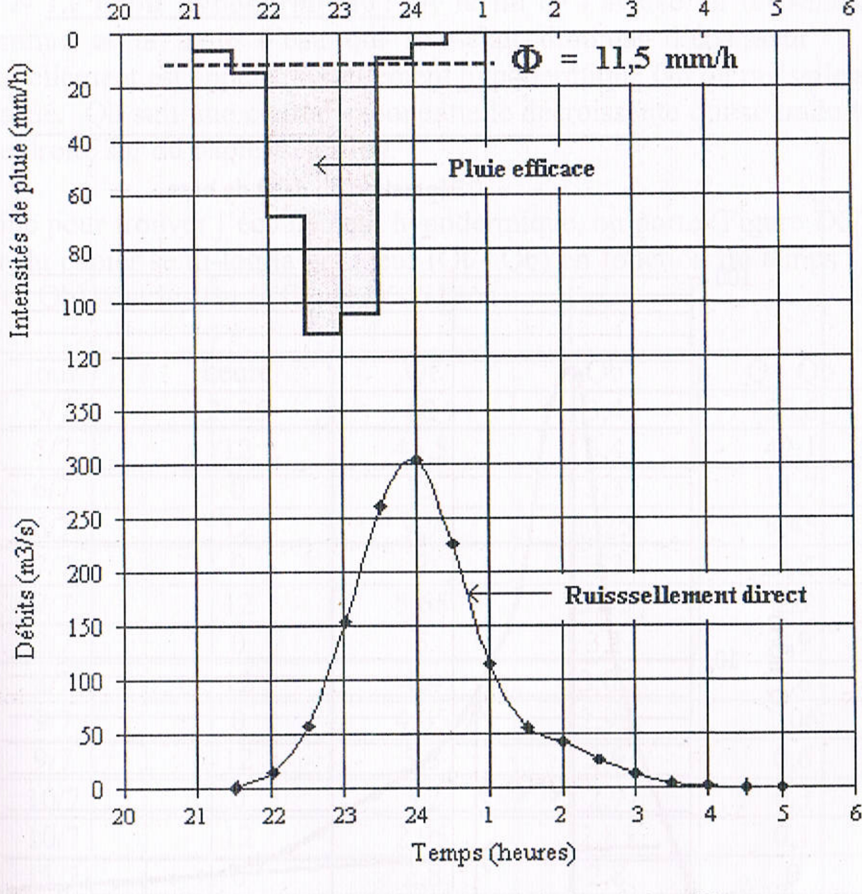


Figure IX – 6 - 2 : Calcul de Φ et de la pluie efficace

Solution de l'exercice IX-7

a) 1- <u>Le débit de base :</u> En l'absence de pluie, le débit d'un cours d'eau provient essentiellement de la vidange des nappes. Cette vidange se fait d'une manière exponentielle et la courbe temps-débit a la forme d'une droite sur du papier semi-log. Sur la figure IX-7-1 on a tracé sur l'hydrogramme sur du papier semi-log. On voit qu'à partir de la 192ième heure (le 11/7 à 0 heure) la courbe des débits suit une droite, on prolonge cette droite vers la gauche pour obtenir les débits de base Qb jusqu'à l'intersection avec la verticale qui passe par la pointe de l'hydrogramme.

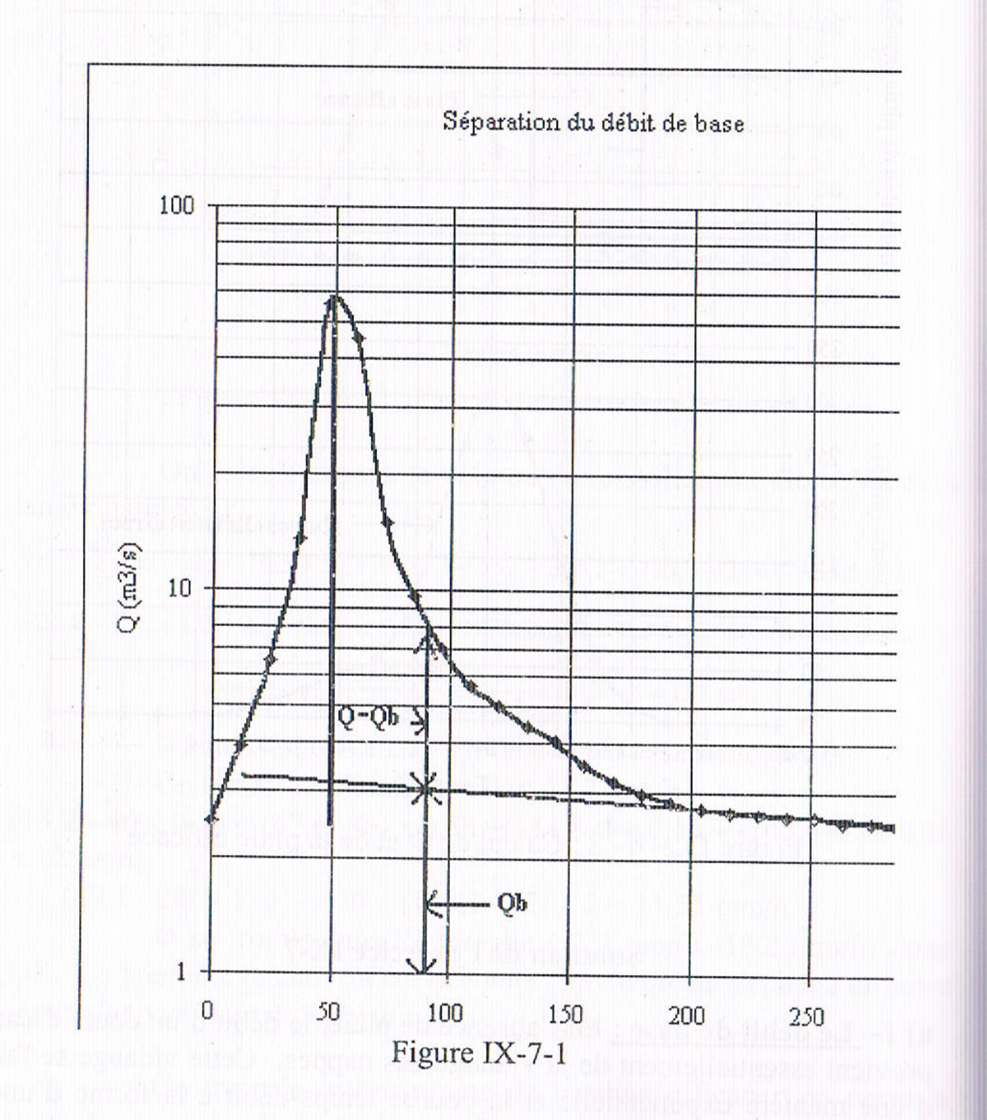


Figure IX-7-1

jusqu'à l'intersection avec la verticale qui passe par la pointe de l'hydrogramme.

a) 2- **Le débit hypodermique :** A la fin de l'averse, le ruissellement diminue et la lame d'eau qui ruisselait diminue d'épaisseur . Ce ruissellement est appelé ruissellement hypodermique Qh ou ruissellement retardé. Qh suit une courbe exponentielle décroissante qui se traduit par une droite sur du papier semi-log.

Donc pour trouver l'écoulement hypodermique, on porte (Figure IX-7-2) sur du papier semi-log la grandeur (Qt - Qb) en fonction du temps. Les (Qt - Qb) sont lus sur la figure IX-7-1, on a :

jour	heure	Qt	Qb	Q - Qb
5/7	2h25	60	3,4	56,6
5/7	12	45,5	3,4	42,1
6/7	0	15	3,3	11,7
6/7	12	9,7	3,25	6,45
7/7	0	7	3,2	3,8
7/7	12	5,65	3,15	2,5
8/7	0	5	3,1	1,9
8/7	12	4,4	3,02	3,8
9/7	0	4,05	2,99	1,06
9/7	12	3,5	2,9	0,6
10/7	0	3,2	2,9	0,3
10/7	12	2,95	2,85	0,1
11/7	0	2,8	2,8	0

Tableau IX-7-1

On voit sur la figure IX-7-2 que du 7/7 à 0 heure au 9/7 à 0 heure la courbe suit une droite qu'on prolonge à gauche jusqu'à son intersection avec la verticale qui passe par le pic.

On lit sur la figure les Qh et les QR suivants (voir tableau IX-7-2).

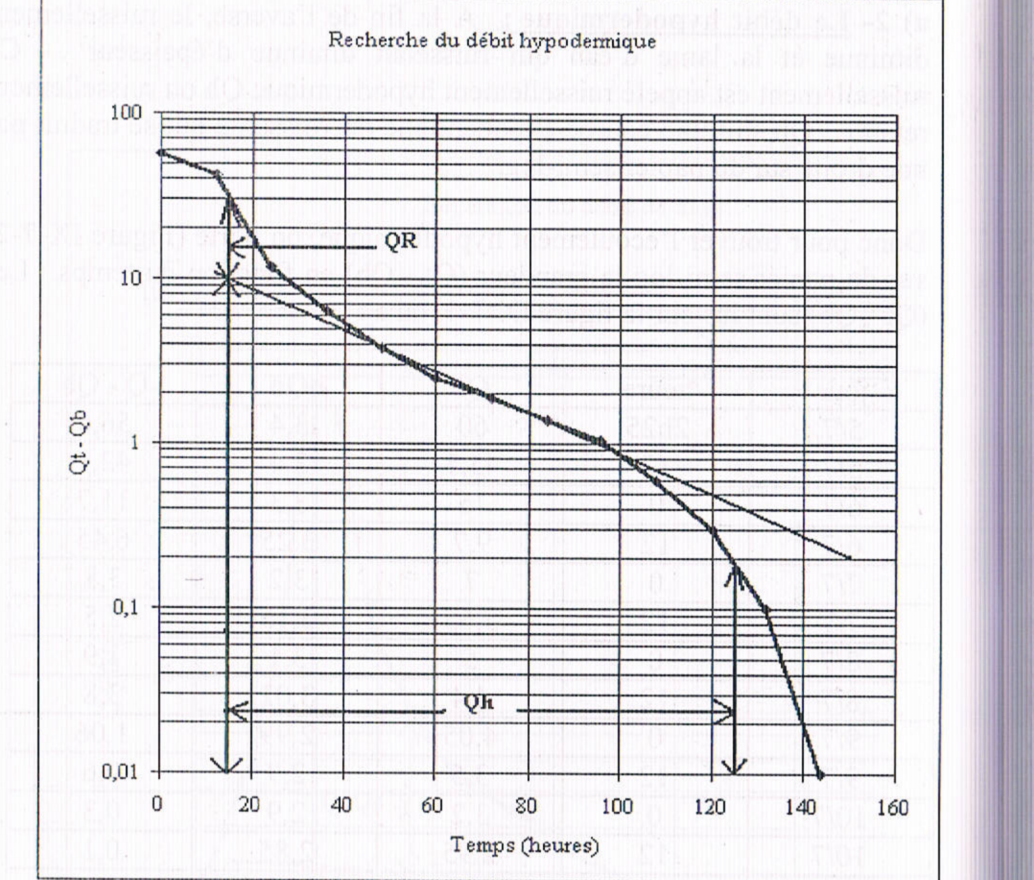


Figure IX-7-2

date	heure	Qh	QR
5/7	2h25	12,5	44,1
5/7	12	10	32,1
6/7	0	7,2	4,5
6/7	12	5,2	1,25
7/7	0	3,8	0
7/7	12	2,5	0
8/7	0	1,9	0
8/7	12	1,38	0
9/7	0	1,06	0
9/7	12	0 ;6	0
10/7	0	0,3	0
10/7	12	0,1	0
11/7	0	0	0

Tableau IX-7-2

Maintenant que nous avons déterminé les différentes composantes de l'hydrogramme total, nous établissons le tableau IX-7-3 suivant . A noter que les valeurs à gauche du débit de pointe ont été extrapolées.

Temps	Qt	Qb	Qh	Qb + Qh	QR
0	2,5	2,5	0	2,5	0
12	3,9	2,5	0,5	3	0,9
24	6,5	2,6	2,7	5,3	1,2
36	13,5	3	7	10	3,5
48	55,5	3,4	12	15,4	40,1
50 :25	60	3,4	12,5	15,9	44,1
60	45,5	3,4	10	13,4	32,1
72	15	3,3	7,2	10,5	4,5
84	9,7	3,25	5,2	8,45	1,25
96	7	3,2	3,8	7	0
108	5,65	3,15	2,5	5,65	0
120	5	3,1	1,9	5	0
132	4,4	3,02	1,38	4,4	0
144	4,05	2,99	1,06	4,05	0
156	3,5	2,9	0,6	3,5	0
168	3,2	2,9	0,3	3,2	0
180	2,95	2,85	0,1	2,95	0
192	2,8	2,8	0	2,8	0
204	2,7	2,7	0	2,7	0
216	2,65	2,65	0	2,65	0
228	2,62	2,62	0	2,62	0
240	2,6	2,6	0	2,6	0
252	2,5	2,5	0	2,5	0
264	2,5	2,5	0	2,5	0
276	2,5	2,5	0	2,5	0
288	2,4	2,4	0	2,4	0
300	2,4	2,4	0	2,4	0
312	2,35	2,35	0	2,35	0

324	2,35	2,35	0	2,35	0
336	2,35	2,35	0	2,35	0

Tableau IX-7-3

Ensuite nous portons les valeurs du tableau ci-dessus sur du papier millimétré (figure IX-7-3).

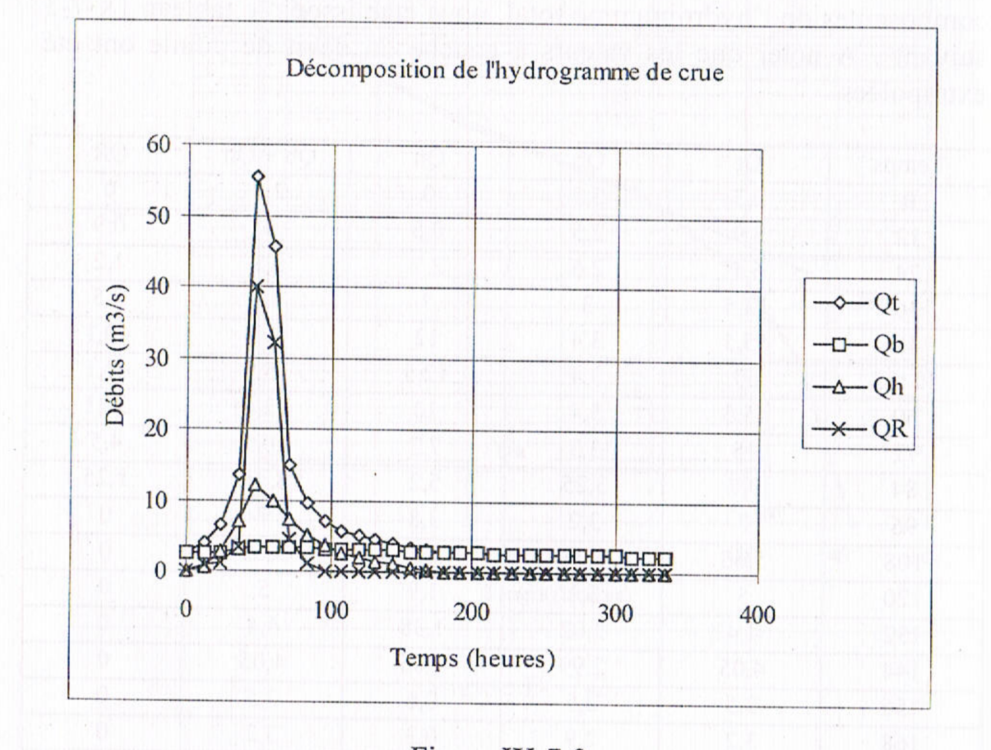


Figure IX-7-3

b) <u>Détermination de l'hydrogramme unitaire :</u> On établit le tableau IX-7-4 suivant :

Temps	Qt	Qb	Qh	QR	HU	Qd	Qtr
0	2,5	2,5	0	0	0	0,0	2,5
12	3,9	2,5	0,5	0,9	0,36	2,6	5,6
24	6,5	2,6	2,7	1,2	0,48	3,5	8,8
36	13,5	3	7	3,5	1,4	10,1	20,1
48	55,5	3,4	12	40,1	16,04	115,5	130,9
50 :25	60	3,4	12,5	44,1	17,64	127	142,9
60	45,5	3,4	10	32,1	12,84	92,4	105,8
72	15	3,3	7,2	4,5	1,8	13,0	23,5
84	9,7	3,25	5,2	1,25	0,5	3,6	12,1
96	7	3,2	3,8	0	0	0	7,0
108	5,65	3,15	2,5	0	0	0	5,7
120	5	3,1	1,9	0	0	0	5,0
132	4,4	3,02	1,38	0	0	0	4,4
144	4,05	2,99	1,06	0	0	0	4,1
156	3,5	2,9	0,6	0	0	0	3,5
168	3,2	2,9	0,3	0	0	0	3,2
180	2,95	2,85	0,1	0	0	0	3,0
192	2,8	2,8	0	0	0	0	2,8
204	2,7	2,7	0	0	0	0	2,7
216	2,65	2,65	0	0	0	0	2,7
228	2,62	2,62	0	0	0	0	2,6
240	2,6	2,6	0	0	0	0	2,6
252	2,5	2,5	0	0	0	0	2,5
264	2,5	2,5	0	0	0	0	2,5
276	2,5	2,5	0	0	0	0	2,5
288	2,4	2,4	0	0	0	0	2,4
300	2,4	2,4	0	0	0	0	2,4
312	2,35	2,35	0	0	0	0	2,4
324	2,35	2,35	0	0	0	0	2,4
336	2,35	2,35	0	0	0	0	2,4

Tableau IX-7-4

On porte dans les colonnes 1, 2, 3, 4,5 et 6 les données et les résultats trouvés précédemment.

Colonne 7 : les ordonnées de l'HU sont trouvées en divisant le ruissellement direct Qr par la lame ruisselée :

$$Lr = \frac{V}{S} = \frac{Q \times t}{S} = \frac{\sum Qr \times t}{S} =$$

$$\frac{(0{,}9 \times 12 + 1{,}2 \times 12 + 3{,}5 \times 12 + 40{,}1 \times 2{,}42 + 44{,}1 \times 9{,}58 + 32{,}1 \times 12 + 4{,}5 + 1{,}25 \times 12) \times 3600}{1500 \times 10^6}$$

$$= \frac{1040{,}92 \times 3600}{1500 \times 10^6} = 0{,}0025 \text{ m} = 2{,}5 \text{ mm}$$

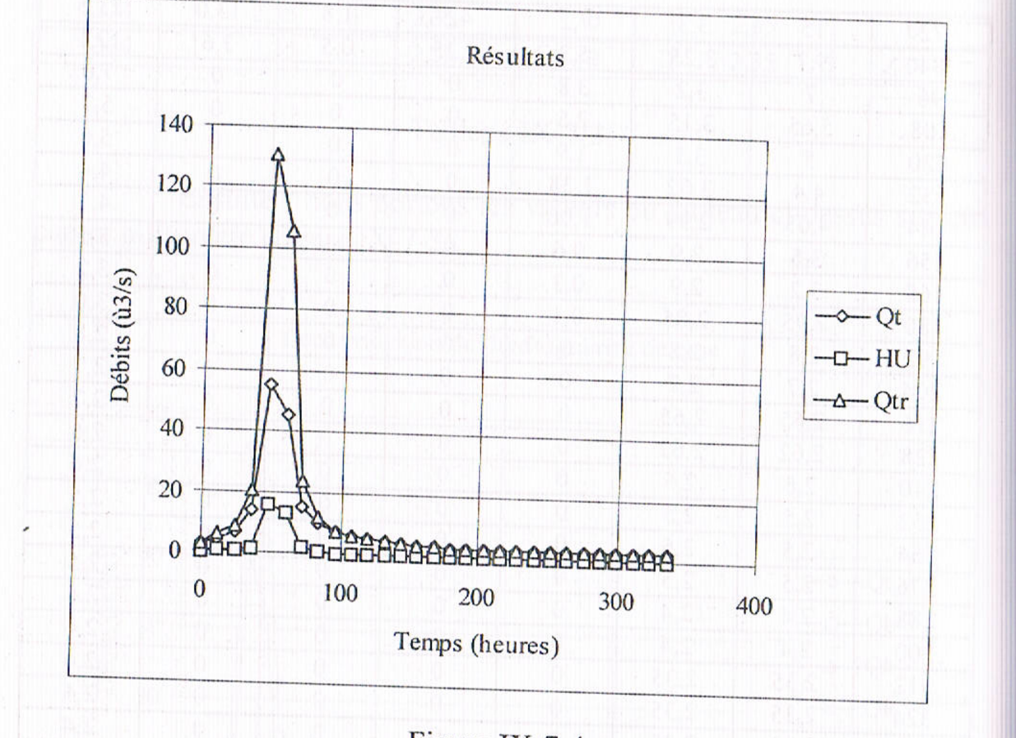


Figure IX-7-4

Colonne 8 : Le ruissellement direct recherché est obtenu en multipliant les ordonnées de l'HU par la lame ruisselée qui est 7,2 cm (donnée).

Colonne 9 : Le débit total recherché est égal à la somme du ruissellement direct trouvé en colonne 7, du débit de base et du débit hypodermique. Ces deux derniers sont supposés invariants. On porte ces résultats sur la figure IX-7-4

Solution de l'exercice IX-8

a - Détermination du débit de base :

- soit graphiquement , méthode imprécise.
- soit par l'équation de la droite AB qui y = ax + b ou Qb = at + b. On a un système de deux équations :

$$2,12 = 6a + b$$
$$3,82 = 72a + b$$

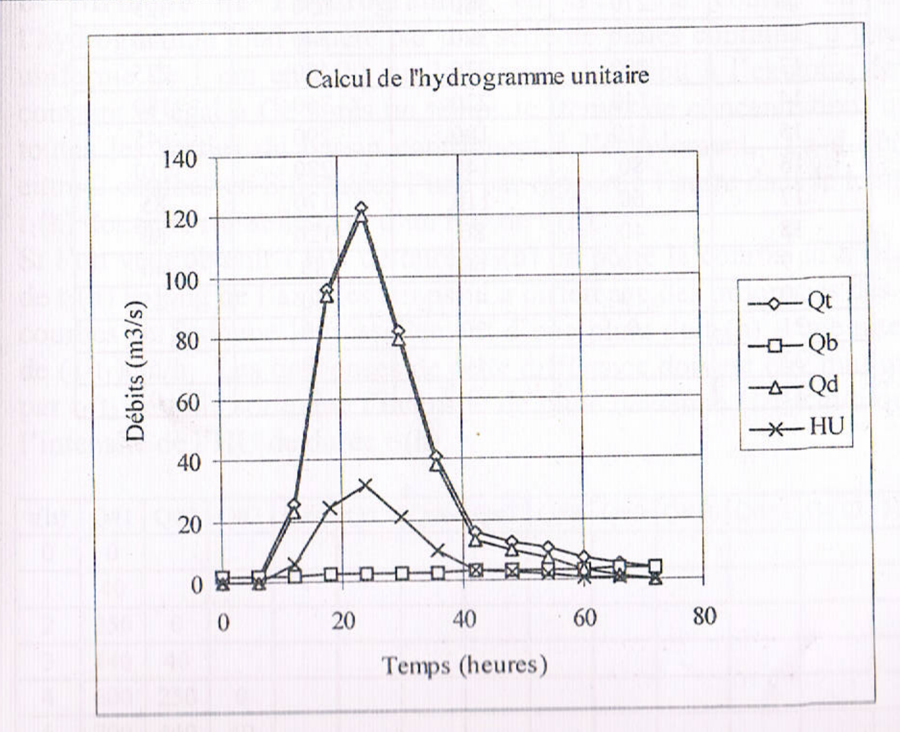
$\therefore$ a = 0,026, b = 1,97 et Qb = 0,026t + 1,97

b - Détermination du ruissellement direct : on retranche les débits de base des débits totaux (colonne 4)

c - Détermination de l'hydrogramme unitaire : on divise le ruissellement direct par la lame ruisselée (colonne 5). La lame ruisselée est égale à la précipitation totale moins les pertes : 4,83 cm - 1,02 cm = 3,81 cm

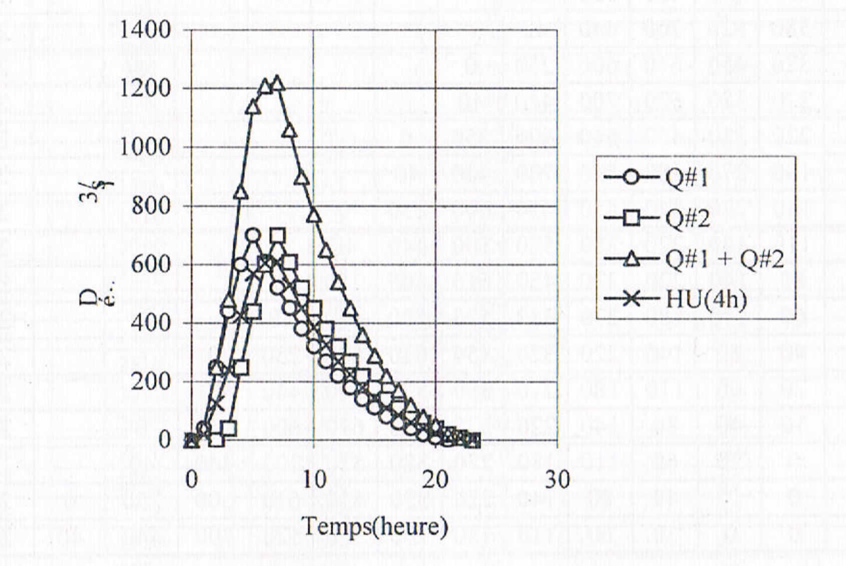
Le graphe de l'hydrogramme unitaire est tracé dans la figure ci-dessous.

Temps (h)	Qt	Qb	Qd	HU
0	2,07	2,07	0,00	0,00
6	2,12	2,12	0,00	0,00
12	25,49	2,28	23,21	6,09
18	96,28	2,44	93,84	24,63
24	123,18	2,59	120,59	31,65
30	82,19	2,75	79,44	20,85
36	41,06	2,91	38,15	10,01
42	16,09	3,06	13,03	3,42
48	12,76	3,22	9,54	2,50
54	10,62	3,37	7,25	1,90
60	7,08	3,53	3,55	0,93
66	5,1	3,69	1,41	0,37
72	3,82	3,82	0,00	0,00



a- Méthode de superposition : Si deux HU d'une durée de l'averse égale à tr(h), dont l'un d'eux est décalé de tr(h) par rapport à l'autre, sont additionnés, on obtiendrait un hydrogramme caractéristiques de deux unités de pluie efficace d'une durée de 2tr(h). Si l'on divise les ordonnées ainsi obtenues par 2 on obtiendrait un HU de 2tr(h) (voir figure ci-dessous)

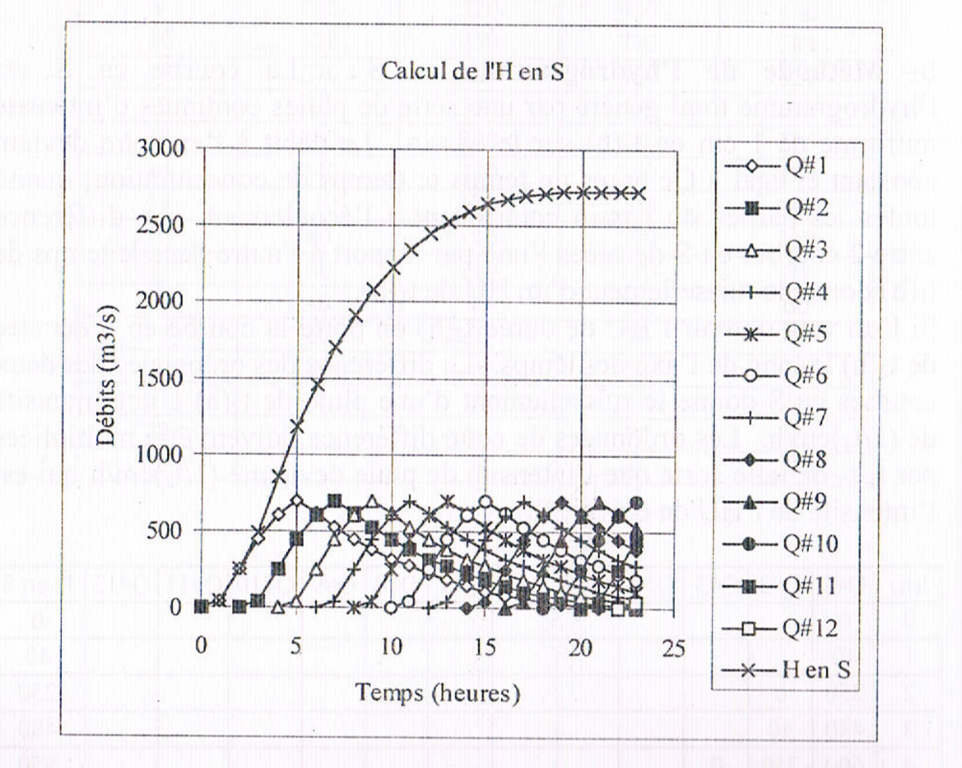
t(h)	Q#1	Q#2	Q#1 + Q#2	HU(4h)
0	0		0	0
1	40		40	20
2	250	0	250	125
3	440	40	480	240
4	600	250	850	425
5	700	440	1140	570
6	610	600	1210	605
7	520	700	1220	610
8	450	610	1060	530
9	380	520	900	450
10	320	450	770	385
11	270	380	650	325
12	220	320	540	270
13	180	270	450	225
14	140	220	360	180
15	110	180	290	145
16	80	140	220	110
17	60	110	170	85
18	40	80	120	60
19	20	60	80	40
20	10	40	50	25
21	0	20	20	10
22		10	10	5
23		0	0	0



b- Méthode de l'hydrogramme en S : La courbe en S est l'hydrogramme total généré par une série de pluies continues d'intensité uniforme de 1 cm en t_1(h) sur le bassin. Le débit à l'exutoire devient constant et égal à Qe après un temps tc (temps de concentration) quand toutes les parties du bassin contribuent à l'écoulement. La différence entre 2 courbes en S décalées l'une par rapport à l'autre dans le temps de t_1(h) donne le ruissellement d'un HU de t_1(h).
Si l'on veut obtenir l'HU de durée t_2(h) on porte la courbe en S décalée de t_2(h) le long de l'axe des temps. La différence des ordonnées des deux courbes en S donne le ruissellement d'une pluie de t_2(h) à une intensité de $(1/t_1)$cm/h. Les ordonnées de cette différence doivent être multipliées par t_1/t_2 de telle sorte que l'intensité de pluie devienne $(1/t_2)$cm/h qui est l'intensité de l'HU de durée t_2(h).

t(h)	Q#1	Q#2	Q#3	Q#4	Q#5	Q#6	Q#7	Q#8	Q#9	Q#10	Q#11	Q#12	H en S
0	0												0
1	40												40
2	250	0											250
3	440	40											480
4	600	250	0										850
5	700	440	40										1180

6	610	600	250	0									1460
7	520	700	440	40									1700
8	450	610	600	250	0								1910
9	380	520	700	440	40								2080
10	320	450	610	600	250	0							2230
11	270	380	520	700	440	40							2350
12	220	320	450	610	600	250	0						2450
13	180	270	380	520	700	440	40						2530
14	140	220	320	450	610	600	250	0					2590
15	110	180	270	380	520	700	440	40					2640
16	80	140	220	320	450	610	600	250	0				2670
17	60	110	180	270	380	520	700	440	40				2700
18	40	80	140	220	320	450	610	600	250	0			2710
19	20	60	110	180	270	380	520	700	440	40			2720
20	10	40	80	140	220	320	450	610	600	250	0		2720
21	0	20	60	110	180	270	380	520	700	440	40		2720
22	0	10	40	80	140	220	320	450	610	600	250	0	2720
23	0	0	20	60	110	180	270	380	520	700	440	40	2720



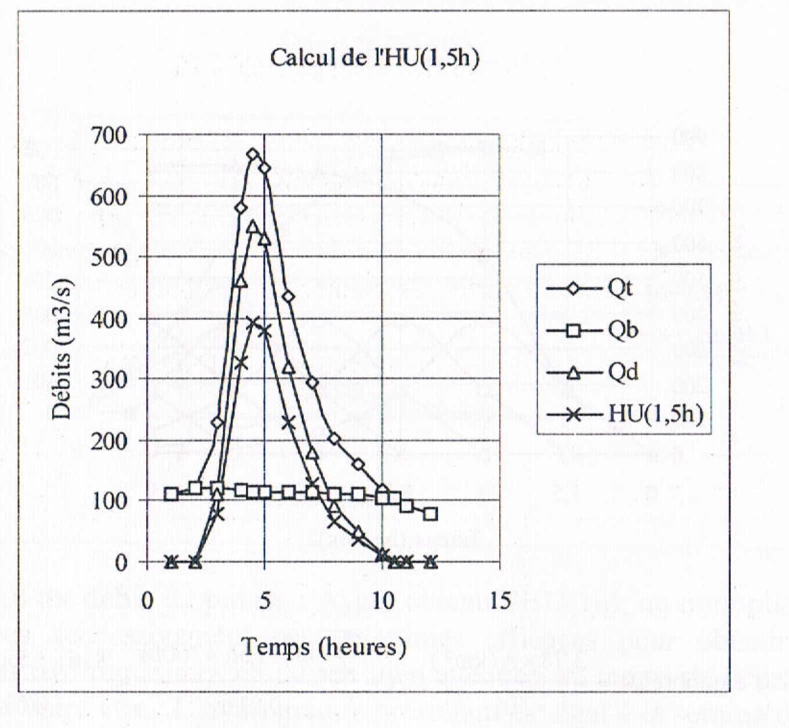
t(h)	H en S	HS dec	Diff	HU(4h) = diff x (2h/4h)
0	0		0	0
1	40		40	20
2	250		250	125
3	480		480	240
4	850	0	850	425
5	1180	40	1140	570
6	1460	250	1210	605
7	1700	480	1220	610
8	1910	850	1060	530
9	2080	1180	900	450
10	2230	1460	770	385
11	2350	1700	650	325
12	2450	1910	540	270
13	2530	2080	450	225
14	2590	2230	360	180
15	2640	2350	290	145
16	2670	2450	220	110
17	2700	2530	170	85
18	2710	2590	120	60
19	2720	2640	80	40
20	2720	2670	50	25
21	2720	2700	20	10
22	2720	2710	10	5
23	2720	2720	0	0
24	2720	2720	0	0

Solution de l'exercice IX - 10

Pour obtenir les débits générés par les pluies de 0,7 cm; 1,7cm et 1,2 cm de durée 1 heure chacune, il faut d 'abord obtenir l'hydrogramme unitaire de 1heure (HU(1h)). L'HU(1h) est obtenu à partir de l'HU(1,5h) en appliquant la méthode de la courbe en S. L'HU(1,5h) est obtenu à partir des données du problème.

a- Calcul de l'HU(1,5h) : Le tableau suivant indique les détails de calcul.

1	2	3	4 = 2 - 3	5 = 4 / (1,4)
t(h)	Qt	Qb	Qd	HU(1,5h)
1	110	110	0	0,0
2	122	122	0	0,0
3	230	120	110	78,6
4	578	118	460	328,6
4,5	666	116	550	392,9
5	645	115	530	378,6
6	434	114	320	228,6
7	293	113	180	128,6
8	202	112	90	64,3
9	160	110	50	35,7
10	117	105	12	8,6
10,5	105	105	0	0,0
11	90	90	0	0,0
12	80	80	0	0,0

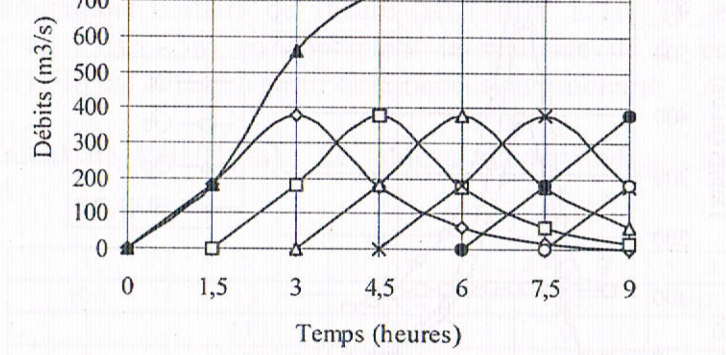


b- Courbe en S : Pour obtenir la courbe en S, il y a lieu de décaler les HU(1,5h) obtenus en a de 1,5 heures. Pour cela les valeurs manquantes sont tirées du graphique précédent. On obtient :

T(h)	0	1,5	3	4,5	6	7,5	9
HU(1,5h)	0	180	378,6	175	64,3	18	0

Le tableau ci-dessous indique les calculs de l'H en S

t(h)	Q#1	Q#2	Q#3	Q#4	Q#5	Q#6	H en S
0	0						0
1,5	180	0					180
3	378,6	180	0				558,6
4,5	175	378,6	180	0			733,6
6	64,3	175	378,6	180	0		797,9
7,5	18	64,3	175	378,6	180	0	815,9
9	0	18	64,3	175	378,6	180	815,9

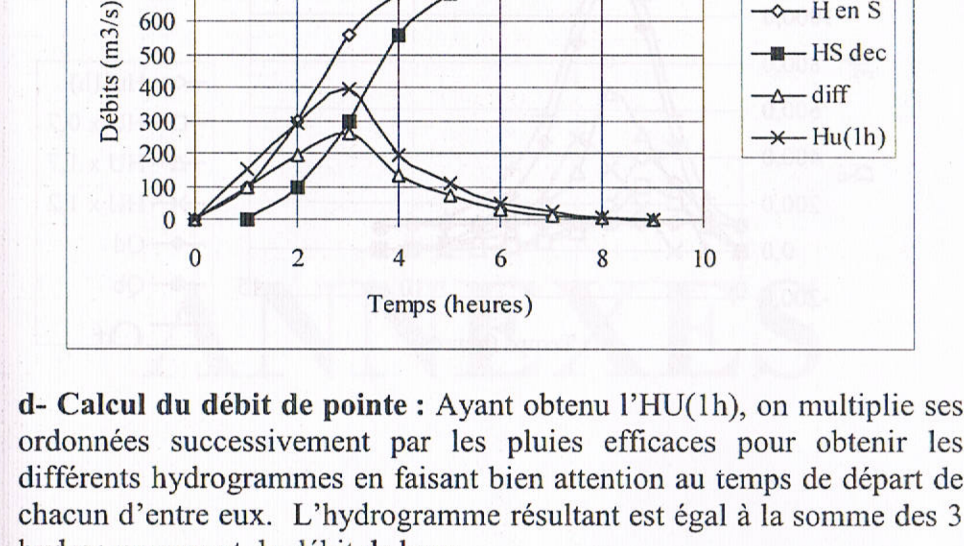


$$\text{Débit d'équilibre } Qe = \frac{2,78 \times A(km^2)}{Tr}; \quad A = \frac{\sum Qi \times 1,5h \times 3600s}{0,01m} = \frac{816 \times 1,5 \times 3600}{0,01}$$

$$A = 440,6 \text{ km}^2 \text{ et } Qe = \frac{2,78 \times 440,6}{1,5} = 816 \text{ m}^3/s \approx 815,9 \text{ m}^3/s$$

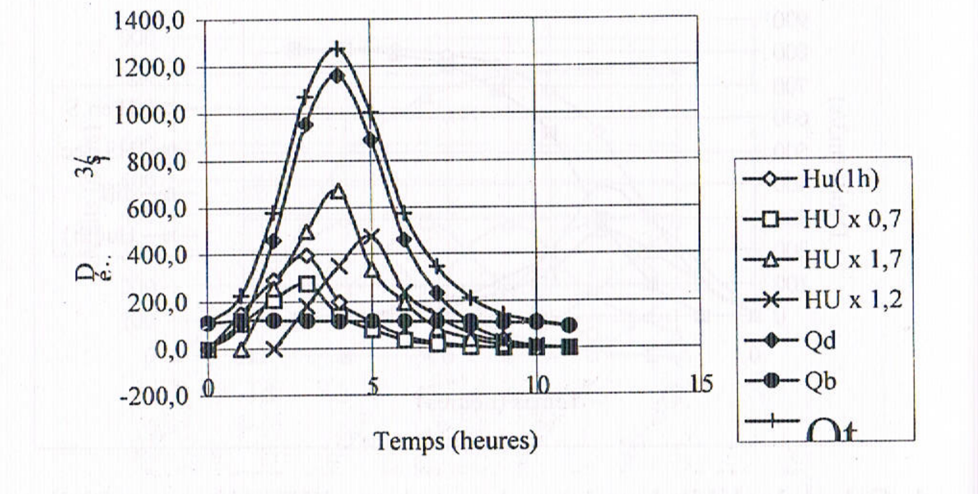
c- Calcul de l'HU(1h) : Pour pouvoir tirer l'HU(1h) à partir de la courbe en S, celle-ci doit être décalée de 1 heure. Pour cela on utilise le tableau ci-dessous.

1	2	3	4 = 2 - 3	5 = 4 x (1,5h/1h)
t(h)	H en S	HS dec	diff	Hu(1h)
0	0		0	0,0
1	100	0	100	150,0
2	295	100	195	292,5
3	558,6	295	263,6	395,4
4	690	558,6	131,4	197,1
5	765	690	75	112,5
6	797,5	765	32,5	48,8
7	812	797,5	14,5	21,8
8	815,9	812	3,9	5,8
9	815,9	815,9	0	0,0



d- Calcul du débit de pointe : Ayant obtenu l'HU(1h), on multiplie ses ordonnées successivement par les pluies efficaces pour obtenir les différents hydrogrammes en faisant bien attention au temps de départ de chacun d'entre eux. L'hydrogramme résultant est égal à la somme des 3 hydrogrammes et du débit de base.

t(h)	HU (1h)	HU x 0,7	HU x 1,7	HU x 1,2	Qd	Qb	Qt
0	0,0	0,0			0,0	110	110,0
1	150,0	105,0	0,0		105,0	122	227,0
2	292,5	204,8	255,0	0,0	459,8	120	579,8
3	395,4	276,8	497,3	180,0	954,0	118	1072,0
4	197,1	138,0	672,2	351,0	1161,2	115	1276,2
5	112,5	78,8	335,1	474,5	888,3	114	1002,3
6	48,8	34,1	191,3	236,5	461,9	113	574,9
7	21,8	15,2	82,9	135,0	233,1	112	345,1
8	5,8	4,1	37,0	58,5	99,6	110	209,6
9	0,0	0,0	9,9	26,1	36,0	105	141,0
10	0	0,0	0,0	7,0	7,0	105	112,0
11	0	0,0	0	0,0	0,0	90	90,0


Calcul du débit de pointe
1400,0
1200,0
1000,0
800,0
600,0
400,0
200,0
0,0
-200,0
0
5
10
15
Temps (heures)
Hu(1h)
HU x 0,7
HU x 1,7
HU x 1,2
Qd
Qb
Qt

ANNEXES

TABLE DE LA LOI NORMALE (FND)

- ∞ z 0 + ∞

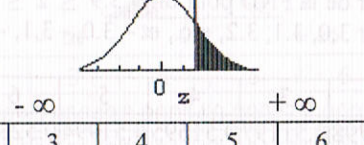
z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-3	0.00135	0.00097	0.00069	0.00048	0.00034	0.00023	0.00016	0.00011	7.2E-05	4.8E-05
-2.9	0.00187	0.00181	0.00175	0.00169	0.00164	0.00159	0.00154	0.00149	0.00144	0.00139
-2.8	0.00256	0.00248	0.0024	0.00233	0.00226	0.00219	0.00212	0.00205	0.00199	0.00193
-2.7	0.00347	0.00336	0.00326	0.00317	0.00307	0.00298	0.00289	0.0028	0.00272	0.00264
-2.6	0.00466	0.00453	0.0044	0.00427	0.00415	0.00402	0.00391	0.00379	0.00368	0.00357
-2.5	0.00621	0.00604	0.00587	0.0057	0.00554	0.00539	0.00523	0.00508	0.00494	0.0048
-2.4	0.0082	0.00798	0.00776	0.00755	0.00734	0.00714	0.00695	0.00676	0.00657	0.00639
-2.3	0.01072	0.01044	0.01017	0.0099	0.00964	0.00939	0.00914	0.00889	0.00866	0.00842
-2.2	0.0139	0.01355	0.01321	0.01287	0.01255	0.01222	0.01191	0.0116	0.0113	0.01101
-2.1	0.01786	0.01743	0.017	0.01659	0.01618	0.01578	0.01539	0.015	0.01463	0.01426
-2	0.02275	0.02222	0.02169	0.02118	0.02068	0.02018	0.0197	0.01923	0.01876	0.01831
-1.9	0.02872	0.02807	0.02743	0.0268	0.02619	0.02559	0.025	0.02442	0.02385	0.0233
-1.8	0.03593	0.03515	0.03438	0.03362	0.03288	0.03216	0.03144	0.03074	0.03005	0.02938
-1.7	0.04457	0.04363	0.04272	0.04182	0.04093	0.04006	0.0392	0.03836	0.03754	0.03673
-1.6	0.0548	0.0537	0.05262	0.05155	0.0505	0.04947	0.04846	0.04746	0.04648	0.04551
-1.5	0.06681	0.06552	0.06426	0.06301	0.06178	0.06057	0.05938	0.05821	0.05705	0.05592
-1.4	0.08076	0.07927	0.0778	0.07636	0.07493	0.07353	0.07215	0.07078	0.06944	0.06811
-1.3	0.0968	0.0951	0.09342	0.09176	0.09012	0.08851	0.08692	0.08534	0.08379	0.08226
-1.2	0.11507	0.11314	0.11123	0.10935	0.10749	0.10565	0.10383	0.10204	0.10027	0.09853
-1.1	0.13567	0.1335	0.13136	0.12924	0.12714	0.12507	0.12302	0.121	0.119	0.11702
-1	0.15866	0.15625	0.15386	0.15151	0.14917	0.14686	0.14457	0.14231	0.14007	0.13786
-0.9	0.18406	0.18141	0.17879	0.17619	0.17361	0.17106	0.16853	0.16602	0.16354	0.16109
-0.8	0.21186	0.20897	0.20611	0.20327	0.20045	0.19766	0.19489	0.19215	0.18943	0.18673
-0.7	0.24196	0.23885	0.23576	0.2327	0.22965	0.22663	0.22363	0.22065	0.2177	0.21476
-0.6	0.27425	0.27093	0.26763	0.26435	0.26109	0.25785	0.25463	0.25143	0.24825	0.2451
-0.5	0.30854	0.30503	0.30153	0.29806	0.2946	0.29116	0.28774	0.28434	0.28096	0.2776
-0.4	0.34458	0.3409	0.33724	0.3336	0.32997	0.32636	0.32276	0.31918	0.31561	0.31207
-0.3	0.38209	0.37828	0.37448	0.3707	0.36693	0.36317	0.35942	0.35569	0.35197	0.34827
-0.2	0.42074	0.41683	0.41294	0.40905	0.40517	0.40129	0.39743	0.39358	0.38974	0.38591
-0.1	0.46017	0.4562	0.45224	0.44828	0.44433	0.44038	0.43644	0.43251	0.42858	0.42465
0.0	0.5	0.49601	0.49202	0.48803	0.48405	0.48006	0.47608	0.4721	0.46812	0.46414

Cette table donne la valeur de la FND pour un $-3.9 \leq z \leq +3.9$. Les entrées en face de + 3 et de – 3 sont pour 3.0, 3.1, 3.2, etc., et – 3.0, - 3.1, - 3.2, etc., respectivement.

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.5279	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.5438	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.6293	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.6591	0.66276	0.6664	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.7054	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.7224
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.7549
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.7673	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.7823	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.8665	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.879	0.881	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.9032	0.9049	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91308	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.9222	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.9452	0.9463	0.94738	0.94845	0.9495	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.9608	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.9732	0.97381	0.97441	0.975	0.97558	0.97615	0.9767
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.9803	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.983	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.985	0.98537	0.98574
2.2	0.9861	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.9884	0.9887	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.9901	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.9918	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.9943	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.9952
2.6	0.99534	0.99547	0.9956	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.9972	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.9976	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3	0.99865	0.99903	0.99931	0.99952	0.99966	0.99977	0.99984	0.99989	0.99993	0.99995

ANNEXE 1b

TABLE DE LA LOI NORMALE (FD)



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-3	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.999
-2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
-2.8	0.99744	0.99752	0.9976	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
-2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.9972	0.99728	0.99736
-2.6	0.99534	0.99547	0.9956	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
-2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.9943	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.9952
-2.4	0.9918	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
-2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.9901	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
-2.2	0.9861	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.9884	0.9887	0.98899
-2.1	0.98214	0.98257	0.983	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.985	0.98537	0.98574
-2	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.9803	0.98077	0.98124	0.98169
-1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.9732	0.97381	0.97441	0.975	0.97558	0.97615	0.9767
-1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
-1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.9608	0.96164	0.96246	0.96327
-1.6	0.9452	0.9463	0.94738	0.94845	0.9495	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
-1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
-1.4	0.91924	0.92073	0.9222	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
-1.3	0.9032	0.9049	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91308	0.91466	0.91621	0.91774
-1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
-1.1	0.86433	0.8665	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.879	0.881	0.88298
-1	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
-0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
-0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
-0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.7673	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.7823	0.78524
-0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.7549
-0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.7054	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.7224
-0.4	0.65542	0.6591	0.66276	0.6664	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
-0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.6293	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
-0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
-0.1	0.53983	0.5438	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
-0	0.5	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.5279	0.53188	0.53586

Cette table donne la valeur de la FD pour un $-3.9 \leq z \leq +3.9$. Les entrées en face de + 3 et de − 3 sont pour 3.0, 3.1, 3.2, etc., et − 3.0, - 3.1, - 3.2, etc., respectivement.

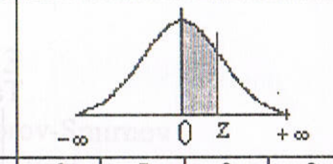
z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5	0.49601	0.49202	0.48803	0.48405	0.48006	0.47608	0.4721	0.46812	0.46414
0.1	0.46017	0.4562	0.45224	0.44828	0.44433	0.44038	0.43644	0.43251	0.42858	0.42465
0.2	0.42074	0.41683	0.41294	0.40905	0.40517	0.40129	0.39743	0.39358	0.38974	0.38591
0.3	0.38209	0.37828	0.37448	0.3707	0.36693	0.36317	0.35942	0.35569	0.35197	0.34827
0.4	0.34458	0.3409	0.33724	0.3336	0.32997	0.32636	0.32276	0.31918	0.31561	0.31207
0.5	0.30854	0.30503	0.30153	0.29806	0.2946	0.29116	0.28774	0.28434	0.28096	0.2776
0.6	0.27425	0.27093	0.26763	0.26435	0.26109	0.25785	0.25463	0.25143	0.24825	0.2451
0.7	0.24196	0.23885	0.23576	0.2327	0.22965	0.22663	0.22363	0.22065	0.2177	0.21476
0.8	0.21186	0.20897	0.20611	0.20327	0.20045	0.19766	0.19489	0.19215	0.18943	0.18673
0.9	0.18406	0.18141	0.17879	0.17619	0.17361	0.17106	0.16853	0.16602	0.16354	0.16109
1.0	0.15866	0.15625	0.15386	0.15151	0.14917	0.14686	0.14457	0.14231	0.14007	0.13786
1.1	0.13567	0.1335	0.13136	0.12924	0.12714	0.12507	0.12302	0.121	0.119	0.11702
1.2	0.11507	0.11314	0.11123	0.10935	0.10749	0.10565	0.10383	0.10204	0.10027	0.09853
1.3	0.0968	0.0951	0.09342	0.09176	0.09012	0.08851	0.08692	0.08534	0.08379	0.08226
1.4	0.08076	0.07927	0.0778	0.07636	0.07493	0.07353	0.07215	0.07078	0.06944	0.06811
1.5	0.06681	0.06552	0.06426	0.06301	0.06178	0.06057	0.05938	0.05821	0.05705	0.05592
1.6	0.0548	0.0537	0.05262	0.05155	0.0505	0.04947	0.04846	0.04746	0.04648	0.04551
1.7	0.04457	0.04363	0.04272	0.04182	0.04093	0.04006	0.0392	0.03836	0.03754	0.03673
1.8	0.03593	0.03515	0.03438	0.03362	0.03288	0.03216	0.03144	0.03074	0.03005	0.02938
1.9	0.02872	0.02807	0.02743	0.0268	0.02619	0.02559	0.025	0.02442	0.02385	0.0233
2.0	0.02275	0.02222	0.02169	0.02118	0.02068	0.02018	0.0197	0.01923	0.01876	0.01831
2.1	0.01786	0.01743	0.017	0.01659	0.01618	0.01578	0.01539	0.015	0.01463	0.01426
2.2	0.0139	0.01355	0.01321	0.01287	0.01255	0.01222	0.01191	0.0116	0.0113	0.01101
2.3	0.01072	0.01044	0.01017	0.0099	0.00964	0.00939	0.00914	0.00889	0.00866	0.00842
2.4	0.0082	0.00798	0.00776	0.00755	0.00734	0.00714	0.00695	0.00676	0.00657	0.00639
2.5	0.00621	0.00604	0.00587	0.0057	0.00554	0.00539	0.00523	0.00508	0.00494	0.0048
2.6	0.00466	0.00453	0.0044	0.00427	0.00415	0.00402	0.00391	0.00379	0.00368	0.00357
2.7	0.00347	0.00336	0.00326	0.00317	0.00307	0.00298	0.00289	0.0028	0.00272	0.00264
2.8	0.00256	0.00248	0.0024	0.00233	0.00226	0.00219	0.00212	0.00205	0.00199	0.00193
2.9	0.00187	0.00181	0.00175	0.00169	0.00164	0.00159	0.00154	0.00149	0.00144	0.00139
3	0.00135	0.00097	0.00169	0.00048	0.00034	0.00023	0.00016	0.00011	7.2E-05	4.8E-05

Annexe 1c : Table de la loi normale de - ∞ à z

-∞ 0 z +∞

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,5	0,504	0,508	0,512	0,516	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,591	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,648	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,67	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,695	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,719	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,758	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,791	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,834	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,877	0,879	0,881	0,883
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,898	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,937	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,975	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,983	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,985	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,989
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,992	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,994	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,996	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,997	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,1	0,999	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

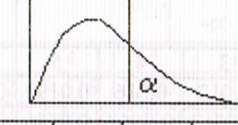
Annexe 1d : Table de la loi normale de Zéro à z



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,004	0,008	0,012	0,016	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,091	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,148	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,17	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,195	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,219	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,258	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,291	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,334	0,3365	0,3389
1	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,377	0,379	0,381	0,383
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,398	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,437	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,475	0,4756	0,4761	0,4767
2	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,483	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,485	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,489
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,492	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,494	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,496	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,497	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,1	0,499	0,4991	0,4991	0,4991	0,4992	0,4992	0,4992	0,4992	0,4993	0,4993
3,3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4997
3,5	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998
3,7	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,9	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5

ANNEXE 2

Table du Khi-Deux



↓ν, α→	0,995	0,99	0,975	0,95	0,75	0,5	0,25	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
1	4E-05	2E-04	1E-03	0,004	0,102	0,455	1,323	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879
2	0,01	0,02	0,051	0,103	0,575	1,386	2,773	4,605	5,991	7,378	9,21	10,6
3	0,072	0,115	0,216	0,352	1,213	2,366	4,108	6,251	7,815	9,348	11,34	12,84
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,923	3,357	5,385	7,779	9,488	11,14	13,28	14,86
5	0,412	0,554	0,831	1,145	2,675	4,351	6,626	9,236	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,676	0,872	1,237	1,635	3,455	5,348	7,841	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,989	1,239	1,69	2,167	4,255	6,346	9,037	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,344	1,647	2,18	2,733	5,071	7,344	10,22	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	1,735	2,088	2,7	3,325	5,899	8,343	11,39	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,156	2,558	3,247	3,94	6,737	9,342	12,55	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,603	3,053	3,816	4,575	7,584	10,34	13,7	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76
12	3,074	3,571	4,404	5,226	8,438	11,34	14,85	18,55	21,03	23,34	26,22	28,3
13	3,565	4,107	5,009	5,892	9,299	12,34	15,98	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,075	4,66	5,629	6,571	10,17	13,34	17,12	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,601	5,229	6,262	7,261	11,04	14,34	18,25	22,31	25	27,49	30,58	32,8
16	5,142	5,812	6,908	7,962	11,91	15,34	19,37	23,54	26,3	28,85	32	34,27
17	5,697	6,408	7,564	8,672	12,79	16,34	20,49	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,265	7,015	8,231	9,39	13,68	17,34	21,6	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,844	7,633	8,907	10,12	14,56	18,34	22,72	27,2	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,434	8,26	9,591	10,85	15,45	19,34	23,83	28,41	31,41	34,17	37,57	40
30	13,79	14,95	16,79	18,49	24,48	29,34	34,8	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67
40	20,71	22,16	24,43	26,51	33,66	39,34	45,62	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77
50	27,99	29,71	32,36	34,76	42,94	49,33	56,33	63,17	67,5	71,42	76,15	79,49
60	35,53	37,48	40,48	43,19	52,29	59,33	66,98	74,4	79,08	83.3	88,38	91,95
70	43,28	45,44	48,76	51,74	61,7	69,33	77,58	85,53	90,53	95,02	100,4	104,2
80	51,17	53,54	57,15	60,39	71,14	79,33	88,13	96,58	101,9	106,6	112,3	116,3
100	67,33	70,06	74,22	77,93	90,13	99,33	109,1	118,5	124,3	129,6	135,8	140,2

ANNEXE 3

Table du test de Kolmogorov-Smirnov

$D_n = \text{Sup} \mid F_n^* (x) - f(x) \mid$

Valeurs de d_n telles que $P = P(D_n < d_n)$

n	P=.80	P=.90	P=.95	P=.98	P=.99
1	.90000	.95000	.97500	.99000	.99500
2	.68377	.77639	.84189	.90000	.92929
3	56481	.63604	.70760	.78456	.82900
4	.49265	.56522	.62394	.68887	.73424
5	.44698	.50945	.56328	.62718	.66853
6	.41037	.46799	.51926	.57741	.61661
7	.38148	.43607	.48342	.53844	.57581
8	.35381	.40962	.45427	.51654	.54179
9	.33910	.38746	.43001	.47960	.51332
10	.32260	.36866	.40925	.45662	.48893
11	.30829	.35242	.39122	.43670	.46770
12	.29577	.33815	.37543	.41918	.44905
13	.28470	.32549	.36143	.40362	.43247
14	.27481	.31417	.34890	.38970	.41762
15	.26588	.30397	.33760	.37713	.40420
16	.25778	.29472	.32733	.36571	.39201
17	.25039	.28627	.31796	.35528	.38086
18	.24360	.27851	.30936	.34569	.37062
19	.23735	.27136	.30143	.33685	.36117
20	.23156	.26473	.29408	.32866	.35241
21	.22617	.25858	.28724	.32104	34427
22	.22115	.25283	.28087	.31394	.33666
23	.21645	.24746	.27490	.30728	.32954
24	.21205	.24242	.26931	.30104	.32286
25	.20790	.23768	.26404	.29516	.31657
26	.20399	.23320	.25907	.28962	.31064
27	.20030	.22898	.25438	.28438	.30502
28	.19680	.22497	.24993	.27942	.29971
29	.19348	.22117	.24571	.27471	.29466
30	.19032	.21756	.24170	.27023	.28987
31	.18732	.21412	.23788	.26596	28530
32	.18445	.21085	.23424	.26189	.28094
33	.18171	.20771	.23076	.25801	.27677
34	.17909	.20472	.22743	.25429	.27279
35	.17659	.20185	.22425	.25073	.26897

Annexe 3 (suite 1/2) : Table du test de Kolmogorov-Smirnov

$D_n = \text{Sup} \mid F_n^* (x) - f(x) \mid$

Valeurs de d_n telles que $P = P(D_n < d_n)$

n	P=.80	P=.90	P=.95	P=.98	P=.99
36	.17418	.19910	.22119	.24732	.26532
37	.17188	.19646	.21826	.24404	.26180
38	.16966	.19392	.21544	.24089	.25843
39	.16753	.19148	.21273	.23786	.25518
40	.16547	.18913	.21012	.23494	.25205
41	.16349	.18687	.20760	.23213	.24904
42	.16158	.18468	.20517	.22941	.24613
43	.15974	.18257	.20283	.22679	.24332
44	.15796	.18053	.20056	.22426	.24060
45	.15623	.17856	.19837	.22181	.23798
46	.15457	.17665	.19625	.21944	.23544
47	.15295	.17481	.19420	.21715	.23298
48	.15139	.17302	.19221	.21493	.23059
49	.14987	.17128	.19028	.21277	.22828
50	.14840	.16959	.18841	.21068	22604
51	.14697	.16796	.18659	.20864	.22386
52	.14558	.16637	.18842	.20667	.22174
53	.14423	.16783	.18311	.20475	.21968
54	.14292	.16332	.18144	.20289	.21768
55	.14164	.16186	.17981	.20107	.21574
56	.14040	.16044	.17823	.19930	.21384
57	.13919	15906	.17669	.19758	.21199
58	.13801	.15771	.17519	.19590	.21019
59	.13686	.15639	.17373	.19427	.20844
60	.13573	.15511	.17231	.19267	.20673
61	.13464	.15385	.17091	.19112	.20506
62	.13357	.15163	.16956	.18960	.20343
63	.13253	.15144	.16823	.18812	.20184
64	.13151	.15027	.16693	.18667	.20029
65	.13052	.14913	.16567	.18525	.19877
66	.12954	.14802	.16443	.18387	.19729
67	12859	.14693	.16322	.18252	.19584
68	.12766	.14587	.16204	.18119	.19442
69	.12675	.14483	.16088	.17990	.19303
70	.12586	.14381	.15975	.17863	.19167

Annexe 3 (suite 2/2) : Table du test de Kolmogorov-Smirnov

$D_n = \text{Sup} \mid F_n^* (x) - f(x) \mid$

Valeurs de d_n telles que $P = P(D_n < d_n)$

n	P=.80	P=.90	P=.95	P=.98	P=.99
71	.12499	.14281	.15864	.17739	.19034
72	.12413	.14183	.15755	.17618	.18903
73	.12329	.14087	.15649	.17498	.18776
74	.12247	.13993	.15544	.17382	.18650
75	.12167	.13901	.15442	.17268	.18528
76	.12088	.13811	.15342	.17155	.18408
77	.12011	.13723	.15244	.17045	.18290
78	.11935	.13636	.15147	.16938	.18174
79	.11860	.13551	.15052	.16832	.18060
80	.11787	.13467	.14960	.16728	.17949
81	.11716	.13385	.14868	.16626	.17840
82	.11645	.13305	.14779	.16526	.17732
83	.11576	.13226	.14691	.14428	.17627
84	.11508	.13148	.14605	.16331	.17523
85	.11442	.13072	.14520	.16236	.17421
86	.11376	.12997	.14437	.16143	.17321
87	.11311	.12923	.14355	.16051	.17223
88	.11248	.12850	.14274	.15961	.17126
89	.11186	.12779	.14195	.15873	.17031
90	.11125	.12709	.17117	.15786	.16938
91	.11064	.12640	.14040	.15700	.16846
92	.11005	.12572	.13965	.15616	.16755
93	.10947	.12506	.13891	.15533	.16666
94	.10889	.12440	.13818	.15451	.16579
95	.10833	.12375	.13746	.15371	.16493
96	.10777	.12312	.13675	.15291	.16408
97	.10722	.12249	.13606	.15214	.16324
98	.10668	.12187	.13537	.15137	.16242
99	.10615	.12126	.13469	.15061	16161
100	.10563	.12067	.13403	.14987	.16081
n > 100	$1.073\sqrt{n}$	$1.223\sqrt{n}$	$1.358\sqrt{n}$	$1.518\sqrt{n}$	$1.629\sqrt{n}$

Première partie : Énoncés des exercices

Seconde partie : Corrigés des exercices

ANNEXES

Achevé d'imprimer sur les presses de l'Imprimerie Houma
Tél : 021 94.41.19 et 94.19.36 Fax: 021 94.17.75